

Eine Thermodiffusionsanlage für Tritium zur Verarbeitung geringer Tritiumkonzentrationen

Von BERNHARD GONSIOR

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 8. Juli 1961)

Einleitung

Die Aktivität tritiumarmer Wasserproben ($T/H < 10^8$ T.U.) reicht nicht aus, um in den üblichen Zählvolumina einen meßbaren Effekt hervorzurufen. Man muß das Tritium eines größeren Volumens auf das Zählvolumen einengen. Der Trennfaktor der Anreicherung muß dabei möglichst genau bekannt sein, es sei denn, es gelingt, eine gewisse Menge Wasser vollständig zu verarbeiten und deren gesamten Tritiumgehalt zu extrahieren, so daß er schließlich im vorgegebenen Meßvolumen enthalten ist. Das war das Ziel der vorliegenden Arbeit.

Die Erzeugung des Wasserstoffs aus der vorgegebenen Wasserprobe geschieht entweder elektrolytisch oder einfacher durch quantitative Zersetzung in einem Zinkofen. Der Wasserstoff wird dann einer Thermodiffusionstrennanlage zugeführt und das Tritium im Gegenstromverfahren nach CLUSIUS und DICKEL quantitativ abgetrennt [1]. Bei Proben mit höherem Tritiumgehalt, wie Regenwasser, wird die Trennanlage mit dem Wasserstoff gefüllt; nach Erreichen des Gleichgewichts ist das Tritium an einem Ende konzentriert. Bei geringen Konzentrationen, wie bei Grundwasser und ozeanischem Wasser, durchströmt der Wasserstoff die Anlage laufend, wobei das Tritium in der Trennanlage verbleibt und der Wasserstoff, an Tritium bis auf ein vorgegebenes Maß (in unserem Fall 1% der Ausgangskonzentration) verarmt, die Anlage verläßt. Wassermenge und zugehörige Tritiummenge, d.h. die Tritiumkonzentration, sind durch eine Volumen- und eine Aktivitätsmessung zu bestimmen. Ein Trennfaktor wirkt sich im Endresultat nicht aus, da durch die Anreicherung in der Thermodiffusionsanlage das gesamte Tritium erfaßt wird.

Prinzip der Anlage

Bei geringen Tritiumkonzentrationen sind Wassermengen von 100 ml und mehr erforderlich; die zu verarbeitenden Gasmengen betragen mehr als 100 Liter, daher muß die Trennanlage im Durchfluß arbeiten können.

An einer bestimmten Stelle tritt der Wasserstoff in die Trennanlage ein, an einem Ende der Anlage — vom Tritium weitgehend befreit — wieder aus. Das Tritium sammelt sich am anderen Ende an und wird nach Abschluß des Prozesses abgezapft. Statt das Trennrohr in einem Stück zu bauen, kann man auch einzelne Stufen nebeneinander stellen und durch je zwei Konvektionsleitungen hintereinanderschalten. Die Konvektionsleitungen bestehen aus einem geheizten und einem ungeheizten Rohr.

In dieser Weise besteht die Trennanlage aus zwei Kolonnen mit je zwei Stufen, von denen die eine — die

Abreicherungskolonne — die Aufgabe hat, das Tritium im durchströmenden Gas so abzureichern, daß dessen Konzentration im entweichenden Gas 1% der Ausgangskonzentration nicht überschreitet. Der andere, Anreicherungskolonne genannte Teil, soll das Tritium in ein möglichst kleines Volumen am entgegengesetzten Ende der Anlage konzentrieren, damit es dort quantitativ entnommen werden kann. Die Eintrittsstelle des Gases liegt an der Verbindung beider Kolonnen.

Zur Theorie des Trennrohrs

Die Dimensionierung der Anlage ergibt sich aus den Grundgleichungen der Thermodiffusion [2] bis [6], vor allem aus der zentralen Transportgleichung

$$\tau = \tau_0 \left(c - L \frac{dc}{dz} \right). \quad (1)$$

Für die Konzentration c des anzureichernden Gases HT gilt $c \ll 1$. τ ist der Gesamttransport des Tritiums in g/sec.

Mit Trennlänge

$$L = \frac{6,3 \cdot \sqrt{\eta D \cdot \bar{T}}}{\alpha \cdot \frac{\Delta T}{eg}} \left\{ \xi^4 + \frac{2}{\xi^2} \right\}, \quad (2a)$$

Transportfaktor

$$\tau_0 = 0,59 \cdot \varrho \cdot D \cdot \alpha \cdot \frac{\Delta T}{\bar{T}} \cdot U \cdot \xi^3 \quad (2b)$$

und

$$\xi = \frac{\Delta x}{7,52 \sqrt{\eta D \cdot \bar{T}} \cdot \frac{\Delta T}{eg}}. \quad (2c)$$

D = Diffusionskoeffizient

η = Viskosität

α = Thermodiffusionskoeffizient

ϱ = Gasdichte

ΔT = Temperaturdifferenz zwischen Draht und Wand

\bar{T} = mittlere Temperatur in °K

g = Erdbeschleunigung

$U = (R_i + R_a) \cdot \pi$

$\Delta x = R_a - R_i$

R_i = Drahtradius

R_a = Rohrradius

z = Koordinate in Richtung der Rohrachse

τ_0 , L und ξ bestimmen alle Maße des Trennrohrs. Ihre physikalische Bedeutung ist die folgende:

a) Beim Beginn der Trennung ist das Konzentrationsgefälle noch nicht aufgebaut ($dc/dz=0$). Dann gilt $\tau = \tau_0$. c als Anfangstransport.

b) Im Endzustand ist $\tau=0$. Daraus folgt $c = L \frac{dc}{dz}$ und durch Integration $c = c_0 \cdot e^{z/L}$, Z = Rohrlänge.

L ist somit die Rohrlänge, die die Konzentration um den Faktor „ e “ verändert.

c) Die Trennlänge wird minimal für $\xi=1$. ξ erscheint daher als dimensionsloser Parameter für die

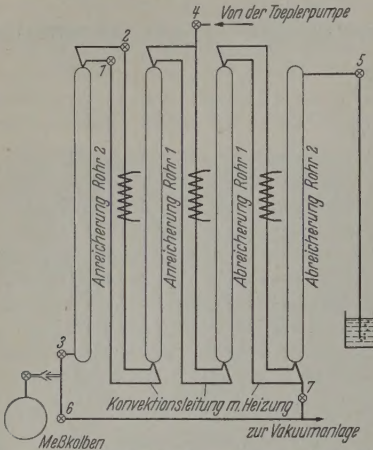


Abb. 1. Die Trennanlage besteht aus vier Stufen und zugehörigen Konvektionsleitungen. Zwei Stufen gehören zur Abreicherungskolonne, die übrigen zwei Stufen bilden die Anreicherungskolonne. Bei 4 strömt der erzeugte Wasserstoff in die Anlage. Der Ausgang bei 5 führt über eine Steigleitung in ein Gefäß mit einem organischen Öl, das das Eindringen von Luft verhindert. Nach Abschluß der Trennung befindet sich das Tritium in Rohr 2 der Anreicherung; Rohr 2 kann mit den Hähnen 1 und 2 von der übrigen Anlage getrennt werden. Der tritiumhaltige Wasserstoff wird bei 3 entnommen. Über 6 und 7 sind die Trennröhre an die Vakuumanlage angeschlossen

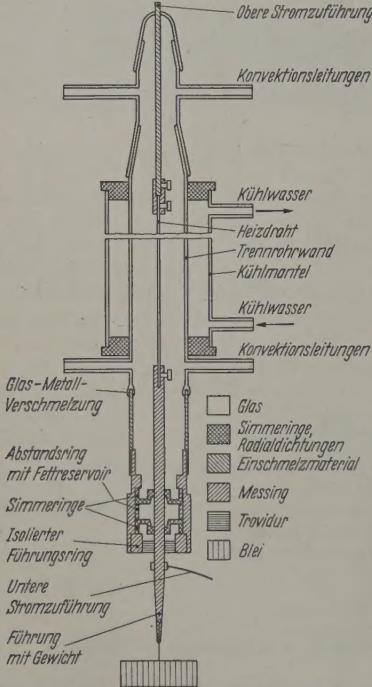


Abb. 2. Schematische Darstellung eines einzelnen Trennröhrs

optimale Einstellung der Trennröhrdimensionen. Für $\xi=1$ erhält man die günstigste Rohrweite.

$$\alpha_{\text{opt}} = 7,52 \sqrt[3]{\frac{\eta D}{\rho g} \cdot \frac{\bar{T}}{\Delta T}}$$

$$\Delta x \approx R_a \quad \text{für} \quad R_i \ll R_a.$$

Andererseits wird der Transport mit wachsendem ξ größer und die Einstellzeit kleiner. Wir werden daher im folgenden ξ etwas größer als 1 wählen und von den „optimalen“ Dimensionen zu den „effektiven“ gelangen.

Man verlangt eine möglichst große Abreicherung bzw. Anreicherung auf kurzer Strecke und erhält eine Bedingung für das „effektive“ ξ , wenn man als Maß für die Ab- bzw. Anreicherung das Maximum des relativen Konzentrationsgefälles $\frac{1}{c} \frac{dc}{dz}$ aufsucht [13].

Es stellt sich dabei heraus, daß Rohrradius und auch die Trennlänge nicht konstant sind, sondern mit steigender Konzentration abnehmen [4], [10]. Das hängt damit zusammen, daß bei höherer Konzentration c und gleichbleibendem Transport τ der Transportfaktor τ_0 , d.h. der Radius in Richtung zur Anreicherungsseite hin kleiner gewählt werden kann. Man gewinnt dadurch gleichzeitig den Vorteil kleinerer Volumina.

Konstruktionsmerkmale

Trennanlage und ein einzelnes Trennröhr sind in Abb. 1 und 2 dargestellt. Man erkennt in Abb. 1 die Aufteilung in Anreicherungs- und Abreicherungskolonne mit den dazugehörigen Konvektionsleitungen. An der Verbindungsstelle beider Kolonnen tritt der Wasserstoff ein. Das letzte Röhr der Anreicherungskolonne kann mit den Hähnen 1 und 2 von der übrigen Anlage getrennt und der Wasserstoff über Hahn 3 im Meßkolben aufgenommen werden. Im laufenden Betrieb strömt der vom Tritium befreite Wasserstoff am Ende der Abreicherungskolonne durch Hahn 4 über die Steigleitung und durch ein mit Dibutylphthalat gefülltes Gefäß aus. Die Steigleitung hat die Aufgabe, beim etwaigen Ausfall der Trennröhrheizung und der damit verbundenen Druckabnahme das Eindringen von Luft ins Trennröhr zu verhindern.

Die Einzelheiten eines Trennröhrs sind aus Abb. 2 ersichtlich. Wegen der Wärmeausdehnung des Heizdrahtes mußte die untere Zuführung beweglich ausgeführt werden. Den Abschluß des Trennröhrs nach unten bildet daher eine Messinghalterung für zwei Simmeringe, in denen ein Messingbolzen gleitet. Die Simmeringe sind stramm in die Halterung eingepaßt und dichten in entgegengesetzter Richtung. Ein Abstandsring bildet gleichzeitig ein Fettreservoir (Hochvakuum-Silikonfett), so daß beim Hin- und Hergleiten des Bolzens die Dichtstellen ständig gefettet werden. Als Abschluß übernimmt ein isolierter Führungsring die Zentrierung des Bolzens, damit dadurch nicht die Simmeringe belastet werden. Schließlich sorgt ein Bleigewicht dafür, daß der Draht beim Evakuieren des Röhrs gespannt bleibt. Am oberen Teil der Figur sind der Kühlwassermantel mit Zuführungen und die Ansätze der Konvektionsleitungen zu erkennen.

Maße und Betriebsdaten (Tabelle 1)

Der Thermodiffusionsvorgang wird quantitativ beschrieben durch den Thermodiffusionsfaktor α . Er hängt stark von dem Kraftgesetz ab, das man für die Moleküle annimmt. Die Gastheorie liefert für starre Kugelmoleküle

$$\alpha_0 = 0,89 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Tabelle 1

Thermodiffusionsfaktor	α	0,18 *
Drahtradius	R_i	0,025 cm
Rohrradius	R_a	1—2 cm
Drahttemperatur	T_2	770° K
Wandtemperatur	T_1	etwa 290° K
Zähigkeit (370° K)	η	$0,103 \cdot 10^{-3}$ dyn sec cm ⁻²
Diffusionskoeffizient (370° K)	D	$1,5$ cm ² sec ⁻¹
Dichte (370° K)	ρ	$0,0653 \cdot 10^{-3}$ g cm ⁻³
Optimale Trennlänge	L	20 cm
Transportfaktor	τ_0	$0,0423 \cdot 10^{-3}$ g sec ⁻¹
Gasdurchsatz	V	$0,5$ cm ³ sec ⁻¹
Abreicherungskolonne	{Länge Abreicherung	{440 cm 100
Anreicherungskolonne	{Länge Anreicherung	{360 cm 1000
Leistungszufuhr		2,2 KW

* Neue Messungen von SCHIRDEWAHN, KLEMM und WALDMANN [12] ergaben für den Thermodiffusionsfaktor des Gasgemisches HT—H₂ den Wert $\alpha = 0,11$ (Temperatur der heißen Wand etwa 500° K).

In unserem Fall bedeuten m_1 und m_2 bzw. die Massen der Moleküle HT und H₂. α_0 wird nur als Näherung benutzt und für die Rechnung mit dem Korrekturfaktor R_T versehen.

$$\alpha = \alpha_0 \cdot R_T. \quad (3a)$$

R_T berücksichtigt das gegenüber den starren Kugeln geänderte Molekülmodell. In unserem Fall wurde für R_T der Wert gewählt, der bei JONES und FURRY [7] für H₂ angegeben ist.

Die Wechselwirkung der Moleküle beim Stoß enthält außer der der Translation auch einen Rotationsanteil, der korrekterweise in der Formel für den Trennfaktor berücksichtigt werden muß [11]. Da auch diese Formel sicher nur eine grobe Näherung darstellt und für unsere Zwecke wegen der geforderten 100%igen Anreicherung des Tritiums eine einseitige Abschätzung genügt, haben diese Erwägungen keine praktische Bedeutung.

Die Theorie wurde für einen ebenen Gasraum entwickelt, so daß für den zylindersymmetrischen Fall des drahtgeheizten Trennrohrs Korrekturen angebracht werden müssen. Die Rechnungen dafür sind bei JONES und FURRY [7], JENSEN [8] und JENSEN und WALDMANN [9] angegeben. Die mittlere Temperatur \bar{T} , bei der auch die temperaturabhängigen Größen zu nehmen sind, betrug im ebenen Fall $\bar{T} = T_a + 0,5 \Delta T$ (T_a Wandtemperatur) und wird nach FLEISCHMANN und JENSEN (loc. cit.) wegen des nicht-linearen Temperaturverlaufs für ein Radienverhältnis $R_a/R_i = 20$ zu $\bar{T} = T_a + 0,18 \Delta T$. Diese Formel wurde hier zur Berechnung von \bar{T} benutzt. Die Transportformeln werden für den geänderten Temperaturverlauf mit Zahlenfaktoren versehen, die aus der Literatur entnommen werden.

Ergebnisse

Die Arbeitsweise der Trennanlage wurde in einzelnen Abschnitten erprobt. Das Prinzip der Untersuchung bestand darin, der Anlage eine bekannte Tritiummenge A_T zuzuführen, den Wasserstoff nach entsprechender Zeit am Ende der Anreicherungskolonne zu entnehmen und den darin enthaltenen

Prozentsatz von A_T (d.h. den Wirkungsgrad) zu messen.

Gemäß den früher geforderten Voraussetzungen müssen 100% erreicht werden. Zunächst war festzustellen, ob das Trennrohr in der Lage ist, bei einmaliger Füllung aus der angebotenen Wasserstoffmenge die Tritiummenge A_T abzutrennen und im letzten Rohr der Anreicherungskolonne zu konzentrieren. Dieser Fall ist bereits von praktischem Interesse, da Regenwassermessungen auf diese Weise vorbereitet werden. Die Tritiummenge A_T wurde ins Trennrohr gefüllt und der Druck durch Zugabe von inaktivem Flaschenwasserstoff zwischen 250 und 750 Torr variiert. Die Drahttemperaturen betrugen 400° C bzw. 500° C. Die Trennzeit wurde von 45 Std so weit erniedrigt, bis der Wirkungsgrad abnahm. Die Ergebnisse sind in Abb. 3 dargestellt. Der Wirkungsgrad

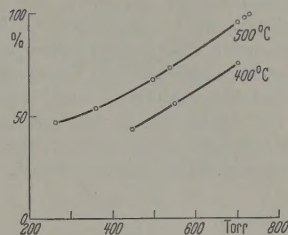


Abb. 3. Einmalige Füllung des Trennrohrs mit einer bekannten Tritiummenge A_T . Mit inaktivem Wasserstoff aufgefüllt, ergibt sich der Wirkungsgrad eine Abhängigkeit vom Fülldruck und von der Drahttemperatur, die in der Abbildung als Parameter eingeführt ist. (Nullpunkt der Abszisse unterdrückt)

steigt mit dem Druck. Die Erhöhung der Drahttemperatur auf 500° C führt ebenfalls zu einer bedeutenden Erhöhung des Wirkungsgrades. Mit dieser Temperatur wurde der Wirkungsgrad 100% bei einem Druck von 730 Torr erreicht. Die Trennzeit betrug 15 Std, nach 10 Std war das Gleichgewicht noch nicht erreicht. Als feste Betriebsbedingungen wurden daher gewählt:

Temperatur	500° C,
Druck	750 Torr,
Trennzeit	15 Std.

Ferner mußte das Trennrohr bei Durchfluß erprobt werden. Mit einer Geschwindigkeit, die dem Durchsatz unter Betriebsbedingungen entsprach, strömte Wasserstoff, mit der bekannten Tritiummenge A_T indiziert, in die Anlage. Am Ende der Abreicherungskolonne gelangte der Wasserstoff nach außen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 eingetragen. Die beiden Aktivitätsmessungen zeigen, daß der Wirkungsgrad 100% erreicht.

Tabelle 2

Geschwindigkeit des H ₂ -Stromes	2,5 Liter/h
Aktivitätsmessung $\left\{ \begin{array}{l} A_T \\ \text{nach der Trennung} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 91,1 \pm 2 \text{ cpm} \\ 92,8 \pm 2,7 \text{ cpm} \end{array} \right.$

Zur Kontrolle des Wirkungsgrades der Trennanlage bei laufend zugeführtem Wasserstoff. Der Wasserstoff enthält eine vorher gemessene Tritiummenge A_T , die Aktivitätsmessung nach der Trennung zeigt, daß die gesamte zugegebene Tritiummenge wiedergewonnen wurde.

Mit dieser Methode kann man daher bei Proben geringer Tritiumkonzentration auf eine solche Weise anreichern, daß aus der nachfolgenden Aktivitätsmessung direkt die Tritiumkonzentration folgt, weil eine

Thermodiffusions-Trennanlage so dimensioniert werden kann, daß das Tritium einer Probe quantitativ gewonnen wird und Trennfaktoren für Tritium, deren Kenntnis noch recht ungenau ist, in die Berechnung des Endergebnisses nicht eingehen.

Zusammenfassung

Es wird eine Thermodiffusionstrennanlage für Tritium beschrieben, die aus Wasserstoff mit geringer Tritiumkonzentration das Tritium weitgehend quantitativ abtrennt. Der wesentliche Nachteil der üblichen Verfahren zur Anreicherung des Tritiums, wie Elektrolyse, Destillation u. a., beruht darauf, daß dafür genaue Trennfaktoren für Tritium bisher nicht bekannt sind und dementsprechend Ungenauigkeiten in die Berechnung des Endresultates der Tritiumkonzentrationsbestimmungen eingehen. Die Trennanlage, über die berichtet wird, umgeht diesen Nachteil, indem sie den *gesamten* Tritiumgehalt einer vorgegebenen Wasserstoffprobe extrahiert. Die Kenntnis von Trennfaktoren ist bei dieser Methode *nicht* erforderlich, da man durch die nachfolgende Aktivitätsmessung bei bekannter Wasserstoffmenge die Tritiumkonzentration direkt mit guter Genauigkeit erhält.

Herrn Prof. Dr. O. HAXEL danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, für sein fortdauerndes Interesse und für wertvolle Ratschläge.

Für viele Diskussionen bin ich Herrn Dr. K. O. MÜNNICH zu Dank verpflichtet.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft und die Heidelberger Akademie der Wissenschaften förderte die Durchführung der Arbeit durch Geldmittel.

Literatur: [1] CLUSIUS, K., u. G. DICKEL: Z. phys. Chem., Abt. B **44**, 397 (1939). — [2] ENSKOG, D.: Phys. Z. **12**, 56, 533 (1911). — [3] CHAPMAN, S.: Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A **217**, 184 (1917). — [4] FURRY, W. H., R. C. JONES and L. ONSAGER: Phys. Rev. **55**, 1083 (1939). — [5] JONES, R. C., and W. H. FURRY: Rev. Mod. Phys. **18**, 151 (1946). — [6] FLEISCHMANN, R., u. J. H. D. JENSEN: Ergebn. exakt. Naturw. **20**, 121 (1942). — [7] JONES, R. C., and W. H. FURRY: Phys. Rev. **57**, 547 (1940). — [8] JENSEN, J. H. D.: Angew. Chem. **54**, 405 (1952). — [9] JENSEN, J. H. D., u. L. WALDMANN: Naturwissenschaften **29**, 467 (1941). — [10] CORBETT, J. W., and W. W. WATSON: Phys. Rev. A **99**, 634 (1955). — [11] WALDMANN, L.: In S. FLÜGGE'S Handbuch der Physik, Bd. 12, S. 444ff. Berlin: Springer 1958. — [12] SCHIRDEWAHN, J., A. KLEMM u. L. WALDMANN: Z. Naturforsch. **16a**, 133 (1961). — [13] GONSIOR, B.: In Vorbereitung.

Dr. BERNHARD GONSIOR,
II. Physikalisches Institut der Universität Heidelberg,
jetzt Institut für Kernphysik der Universität Köln

Entspiegelung metallischer Spiegel*

VON HANS BOERSCH, MARTIN LAMBECK und HELGA WENZEL

Mit 7 Textabbildungen

(Eingegangen am 23. Juli 1961)

Um die Durchlässigkeit dünner, stark reflektierender Metallschichten zu erhöhen, soll ihr Reflexionsvermögen durch Auftragung einer Interferenzschicht vermindert werden. Zur Vermeidung einer Absorption

dingungen für rein dielektrische Unterlagen:

$$n_2 = \sqrt{n_1 \cdot n_3}, \quad (3)$$

$$d_2 = \frac{\lambda_0}{4n_2} + \frac{\lambda_0}{2n_2} \cdot M. \quad (4)$$

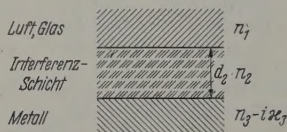


Abb. 1. Schichtenanordnung

in der Interferenzschicht selbst dürfen für sie nur rein dielektrische Substanzen Verwendung finden.

Die Bedingungen der Reflexionsfreiheit lauten für das Schichtsystem in Abb. 1 nach WOLTER [1]:

$$n_2 = \sqrt{\left\{ \frac{n_3^2}{n_3 - n_1} + n_3 \right\} \cdot n_1}, \quad (1)$$

$$d_2 = \frac{\lambda_0}{2\pi \cdot n_2} \cdot \arctg \left[\frac{(n_3 - n_1) \cdot n_2}{n_1 \cdot n_3} \right] + \frac{\lambda_0}{2n_2} \cdot M \quad (2)$$

($M = 0, 1, 2, \dots$, $\lambda_0 =$ Vakuumlichtwellenlänge).

Die Gln. (1) und (2) sind für senkrechten Lichteinfall unter Berücksichtigung der Vielfachreflexionen in der Interferenzschicht berechnet. Für $n_3 = 0$ gehen (1) und (2) über in die bekannten Entspiegelungsbe-

Entspiegelung von Eisen

Die Bedingungen für die Entspiegelung von Eisenschichten wurden zahlenmäßig und experimentell näher untersucht. Aus den Gln. (1) und (2) folgen für $\lambda_0 = 5000 \text{ \AA}$ und $n_3(\text{Fe}) = 2,8$, $n_1 = 1$ der Brechungsindex und die Dicke der Interferenzschicht zu:

$$d_2 = 290 \text{ \AA}$$

$$n_2 = 2,85.$$

Substanzen mit diesem sehr hohen Brechungsindex standen nicht zur Verfügung. Als experimentell günstigste Substanz wurde ZnS mit einem Brechungsindex von etwa 2,3 verwendet. Dieser Brechungsindex ist kleiner als er für die vollkommene Entspiegelung des Eisens notwendig wäre.

In Abb. 2a ist die optimale Dicke d_2 der Entspiegelungsschicht, in Abb. 2b das berechnete Reflexionsvermögen R_s [1] des Schichtsystems jeweils in Abhängigkeit vom Brechungsindex n_2 der Entspiegelungsschicht dargestellt. Für $n_2 = 2,3$ ergibt sich also ein restliches Reflexionsvermögen von $R_s = 8\%$.

Die Durchlässigkeit D_s der entspiegelten Eisenoberfläche ist gegenüber der Durchlässigkeit D_0 der

* Auszugsweise vorgetragen auf der Frühjahrstagung der Berliner Physikalisches Gesellschaft am 21. 4. 1961.

nicht entspiegelten Eisenoberfläche um den Entspiegelungsfaktor

$$\vartheta = \frac{D_s}{D_0} = \frac{1-R_s}{1-R_0} \quad (5)$$

vergrößert (R_0 = Reflexionsvermögen der reinen Metalloberfläche). Für die Entspiegelung der Eisenoberfläche mit einer ZnS-Schicht folgt daraus eine Durchlässigkeitssteigerung um den Entspiegelungsfaktor $\vartheta_I = D_s/D_0 = 2$.

Die untersuchten Eischichten waren auf Glasträger gedampft. Durch die Entspiegelung der Grenzfläche Eisen—Glas konnte die Durchlässigkeit der Eischichten weiter erhöht werden. Da wegen des gegenüber Luft höheren Brechungsindex von Glas ($n_1 = 1,5$) das Reflexionsvermögen des Eisens an der Glasseite kleiner als an der Luftseite ist, kann hier mit ZnS nur eine Durchlässigkeitssteigerung um den Faktor $\vartheta_{II} = 1,6$ erreicht werden.

Bei beidseitiger Entspiegelung ist also eine Erhöhung der Gesamtdurchlässigkeit von Eischichten um den Entspiegelungsfaktor

$$\vartheta_{III} = \vartheta_I \cdot \vartheta_{II} = 3,2$$

möglich¹.

Zum experimentellen Nachweis der Abhängigkeit der Durchlässigkeit von der Dicke der Entspiegelungsschicht wurde eine keilförmige ZnS-Schicht auf eine homogene Eischicht von 500 Å Dicke aufgedampft. Die photometrisch bestimmte Durchlässigkeitssteigerung dieses Systems ist in Abb. 3 dargestellt. Ebenso wurde zwischen der Glasunterlage und einer zweiten homogenen Eischicht eine keilförmige ZnS-Schicht angebracht und gleichfalls die Durchlässigkeit in Keilrichtung photometrisch bestimmt. Die Entspiegelungsfaktoren beider Systeme in Abhängigkeit vom Ort x sind in Abb. 3 aufgetragen und so gegeneinander verschoben, daß die Abszissenwerte ihrer Maxima zusammenfallen. Die zu gleicher Abszisse gehörenden Ordinatenwerte wurden multipliziert und in der dritten Kurve der Abb. 3 dargestellt.

Diese Versuchsergebnisse zeigen, daß bei geeigneten Dicken der Entspiegelungsschichten in Übereinstimmung mit der Rechnung eine Steigerung der Durchlässigkeit um den Faktor 3,2 erreicht werden kann.

Durch Kontrolle der Dicke der Entspiegelungsschicht während des Aufdampfens mit der Schwingquarzmethode von SAUERBrey [2] gelang es, Eischichten beidseitig optimal zu entspiegeln und die erwartete Durchlässigkeitssteigerung um den Faktor 3,2 reproduzierbar zu erreichen.

Die Entspiegelung der Eischichten hat bei Untersuchungen von Magnetisierungsstrukturen mit Hilfe des Faraday-Effektes Anwendung gefunden. Abb. 4 zeigt eine so entspiegelte Eischicht mit Magnetisierungsstrukturen.

Wegen der exponentiell ansteigenden Absorption des Lichtes in der Eischicht kann zwar bei konstanter Durchlässigkeit des Gesamtsystems die Dicke der Entspiegelung durch Entspiegelung nicht wesentlich vergrößert werden, bei konstanter Dicke kann

jedoch die Belichtungszeit von Aufnahmen der Magnetisierungsstrukturen um den Entspiegelungsfaktor herabgesetzt werden.

Entspiegelung von Silber

Eine vollkommene Entspiegelung kann nach Gl. (1) nur erzielt werden, wenn der Ausdruck unter

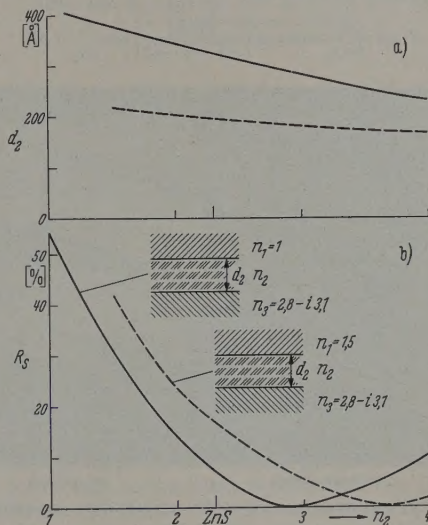


Abb. 2a u. b. Theoretisches Reflexionsvermögen R_s (Abb. 2b) von Eisenoberflächen bei optimaler Dicke d_s (Abb. 2a) der Entspiegelungsschicht für $\lambda_0 = 5000 \text{ Å}$ als Funktion ihres Brechungsindex n_2 (— $n_1 = 1$; --- $n_1 = 1,5$)

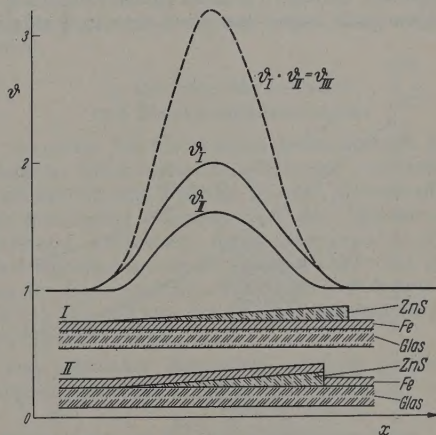


Abb. 3. Experimentell ermittelte Entspiegelungsfaktoren ϑ_I , ϑ_{II} und ihr Produkt ϑ_{III} in Abhängigkeit von der Dicke der Interferenzschichten für $\lambda_0 = 5000 \text{ Å}$

der Wurzel größer als Null ist. Dies ist immer der Fall für $n_3 > n_1$. Für $n_3 < n_1$ muß, damit n_2 reell ist:

$$n_3^2 < n_3 | n_3 - n_1 | \quad (6)$$

gelten.

Bei Silber ist n_3 im Sichtbaren $< 0,02$ und $n_3 \approx 3$. Eine vollständige Entspiegelung mit Hilfe einer einfachen dielektrischen Interferenzschicht ist hier also nach Ungleichung (6) nicht möglich. Jedoch kann auch in diesem Fall das Reflexionsvermögen herabgesetzt werden, wenn eine nichtabsorbierende

¹ Bei vollkommener Entspiegelung würde der Entspiegelungsfaktor nur auf den Wert $\vartheta_{III} = 3,7$ steigen. Die Dicke der Metallschicht wurde so dick gewählt, daß Interferenzen mit der in der Metallschicht zurücklaufenden Welle wegen der starken Absorption im Metall ohne Bedeutung sind.

Schicht mit einem Brechungsindex größer als eins aufgebracht wird.

In Abb. 5 ist das Reflexionsvermögen von Silber bei optimaler Dicke der Entspiegelungsschicht in Abhängigkeit von ihrem Brechungsindex dargestellt. Die optimale Dicke errechnet sich in diesem Fall aus den bei WOLTER [1] angegebenen Beziehungen für das Reflexionsvermögen zu:

$$d_2 = \frac{\lambda_0}{4\pi n_2} \arctg \left[\frac{2n_2 n_3}{n_2^2 - n_3^2 - n_3^2} \right] + \frac{\lambda_0}{4n_2} \cdot M. \quad (7)$$

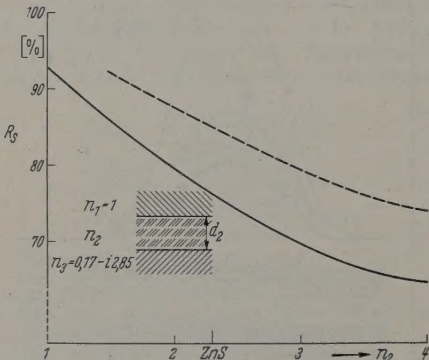


nicht entspiegelt

entspiegelt

Abb. 4. Optimal entspiegelte Eisenschicht mit Magnetisierungsstrukturen

Bei der Entspiegelung mit ZnS kann das Reflexionsvermögen der Silberschichten von 93% nur auf 76% herabgesetzt werden. Dennoch ist die Steigerung der Durchlässigkeit wegen des sehr hohen Reflexionsver-

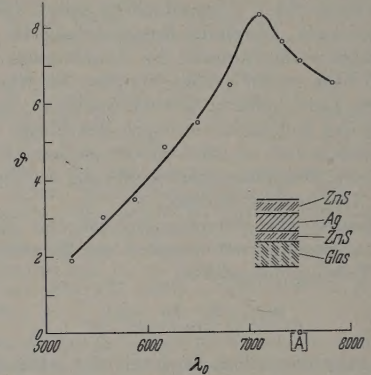
Abb. 5. Theoretisches Reflexionsvermögen R_s von Silberoberflächen bei optimaler Dicke d_2 der Entspiegelungsschicht für $\lambda_0 = 5000 \text{ \AA}$ als Funktion ihres Brechungsindex n_2 (— $n_1 = 1$; - - - $n_1 = 1,5$)

mögens der reinen Silberoberfläche größer als bei Eisen. Bei beidseitiger Beschichtung mit ZnS ist nach dieser Rechnung eine Erhöhung der Durchlässigkeit um den Faktor 8 möglich.

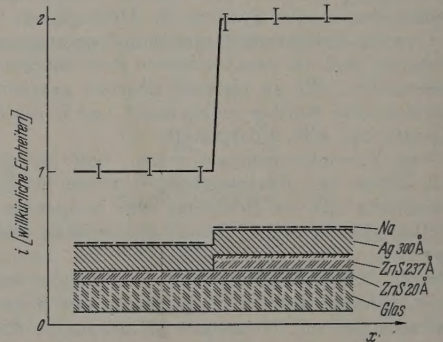
Abb. 6 zeigt die photometrisch gemessene Durchlässigkeit einer Silberschicht, die beidseitig mit der optimalen Dicke der ZnS-Entspiegelungsschicht für $\lambda_0 = 7300 \text{ \AA}$ versehen wurde, in Abhängigkeit von der Lichtwellenlänge. Die Entspiegelung ist nach Abb. 6 nur für einen relativ schmalen Wellenlängenbereich optimal und hat dort die erwartete Erhöhung der

Durchlässigkeit um den Faktor 8,3 bei beidseitiger Beschichtung zur Folge.

Die Durchlässigkeitssteigerung durch einseitige Entspiegelung der Silberschichten wurde zur Steigerung des Photostroms bei Durchlichtphotokathoden benutzt (Abb. 7). Das Licht fällt durch den Glasträger auf die Silberschicht, die zwischen Glas und Silber mit ZnS teilweise entspiegelt wurde. Um überall gleiche Kondensationsverhältnisse zu erhalten, wurde die

Abb. 6. Experimentell ermittelter Entspiegelungsfaktor θ einer doppel-seitig optimal für $\lambda_0 = 7300 \text{ \AA}$ entspiegelten Silberschicht als Funktion der Wellenlänge

Glasplatte mit einer sehr dünnen und hier nicht störenden ZnS-Schicht von 20 \AA Dicke überzogen. Damit in dem Wellenlängenbereich, für den die Interferenzschicht wirksam ist, eine Photoelektronenemission erreicht werden kann, wurde die Austrittsarbeit

Abb. 7. Photostrom i einer teilweise entspiegelten Durchlichtphoto-kathode als Funktion des Ortes

des Silbers durch eine angenähert monoatomare Natriumschicht herabgesetzt.

Durch Verschieben einer Blende konnten nacheinander die entspiegelte und die nichtentspiegelte Silberschicht belichtet werden. Der dadurch ausgelöste Photostrom ist in Abhängigkeit vom Belichtungsort in Abb. 7 dargestellt. Durch die einseitige Entspiegelung wurde der Photostrom entsprechend der Verminderung des Reflexionsvermögens an der Grenze Glas—Silber um den Faktor 2 erhöht.

Zusammenfassung

Zur Steigerung der Durchlässigkeit dünner, stark reflektierender Metallschichten wurde ihr Reflexions-

vermögen durch Interferenzschichten vermindert. Die Dimensionierung dieser Entspiegelungsschichten und ihre Wirkung sind wesentlich davon abhängig, ob der Brechungsindex-Realteil der Metallschichten größer oder kleiner als eins ist. Es gelang, die Durchlässigkeit von Eisenschichten um den Faktor 3, von Silberschichten um den Faktor 8 zu steigern.

Derartige Erhöhungen der Durchlässigkeit und des Eindringvermögens wurden von uns z. B. für die Beobachtung des Faraday-Effektes bei Eisen und für die

Steigerung des äußeren Photoeffektes an aktivierten Silberschichten (um den Faktor 2) ausgenutzt.

Literatur: [1] WOLTER, H.: Optik dünner Schichten. In Handbuch der Physik, Bd. XXIV, S. 461. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956. (Dort auch weitere Literaturhinweise.) — [2] SAUERBREY, G.: Z. Physik **155**, 206 (1959).

Prof. Dr. phil. H. BOERSCH,
Dipl.-Ing. M. LAMBECK und cand. ing. H. WENZEL,
I. Physikalisches Institut
der Technischen Universität Berlin

Über den Einfluß positiver Ionen auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in magnetisierten Plasmen *

VON GERHARD SEEGER

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 7. Juli 1961)

1. Einleitung

Die Bewegungsgleichungen für einen Ladungsträger der Masse m und der Ladung q unter dem Einfluß eines (in x -Richtung angenommenen) elektrischen Wechselfeldes $E_x = E_0 \cdot \cos \omega t$ und eines dazu senkrechten stationären Magnetfeldes B_z (in z -Richtung angenommenen) liefern für die Komponenten der Trägergeschwindigkeit in der x - y -Ebene:

$$v_x = \frac{q}{m} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \Omega^2} \cdot E_0 \sin \omega t$$

(Komponente in Richtung des elektrischen Feldes)

und

$$v_y = \frac{q}{m} \cdot \frac{\Omega}{\omega^2 - \Omega^2} E_0 \cos \omega t$$

(Komponente senkrecht zum elektrischen Feld).

Hierbei ist

$$\Omega = \frac{q}{m} B_z$$

(magnetische Gyrofrequenz).

Für Frequenzen weit unterhalb der Gyrofrequenz, d. h. $\omega \ll \Omega$ wird

$$v_x \approx -\frac{m}{q} \omega \frac{E_0}{B_z^2} \sin \omega t$$

und

$$v_y \approx -\frac{E_0}{B_z} \cos \omega t = -\frac{E_x}{B_z}.$$

In diesem Fall wird v_y unabhängig von Ladung und Masse des Trägers, wogegen v_x proportional zur Trägermasse ist. Auf diese Tatsache hat SCHUMANN [1] hingewiesen und in einer weiteren Arbeit [2] die Konsequenzen behandelt, die sich hieraus für die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in magnetisierten Plasmen bei sehr niedrigen Frequenzen ergeben. Ist nämlich in einem Plasma die Bedingung $\omega \ll \Omega$ nicht nur für die Elektronen, sondern auch für die schweren Ionen erfüllt, so können sich auf Grund der Gleichberechtigung der Ladungsträger hinsichtlich v_y die Konvektionsstromanteile negativer und positiver Ladungsträger senkrecht zum elektrischen Feld gegenseitig kompensieren. Die Konvektions-

stromkomponente parallel zum elektrischen Feld wird dagegen im wesentlichen durch die schweren Ionen bestimmt. Es ergeben sich also ganz andere Verhältnisse als bei alleiniger Berücksichtigung der Elektronen im Plasma.

Im folgenden soll der Einfluß positiver Ionen auf die Ausbreitung elektrischer Wellen nicht nur für den erwähnten Fall tiefster Frequenzen, sondern für einen möglichst umfangreichen Frequenzbereich diskutiert werden. Die Stoßdämpfung wird stets berücksichtigt, jedoch sollen Diffusionskräfte bei Teilchenbewegungen in der Ausbreitungsrichtung (vgl. [2]) als vernachlässigbar gegenüber der magnetischen Kraft angesehen werden.

2. Resultierende Leitwerte und Dielektrizitätskonstanten

Grundlage für die späteren Betrachtungen ist der komplexe Brechungsindex (normierte Ausbreitungskonstante) für eine Welle im Plasma. Er setzt sich aus den tensoriellen Komponenten der Dielektrizitätskonstanten zusammen, deren Frequenzabhängigkeit daher zunächst untersucht werden muß. Die Herleitung der diesbezüglichen Ausdrücke ist bekannt, siehe z. B. [1], [3], soll aber der Vollständigkeit halber noch kurz erwähnt werden.

Das stationäre Magnetfeld sei stets parallel zur z -Achse angenommen

$$\mathfrak{B} = B_z = B.$$

Berücksichtigt man in einem magnetisierten Plasma wie meist üblich nur die Elektronen als Ladungsträger, so ergeben sich aus den bekannten Ansätzen (Bewegungsgleichung — Trägergeschwindigkeit — Konvektionsstromdichte) die komplexen tensoriellen Komponenten des Leitwerts κ zu

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{xx} &= \kappa_{yy} = j \omega \varepsilon_0 \frac{\omega_0^2 E}{\Omega_E \omega} \cdot \frac{z_E}{1 - z_E^2}, \\ \kappa_{xy} &= -\kappa_{yx} = \omega \varepsilon_0 \frac{\omega_0^2 E}{\Omega_E \omega} \cdot \frac{1}{1 - z_E^2}, \\ \kappa_z &= -j \omega \varepsilon_0 \frac{\omega_0^2 E}{\omega(\omega - j\nu_E)}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

* Auszug aus einer Dissertation an der TH München.

Frequenz und Stoßzahl sind hierbei auf die Gyrofrequenz normiert, und es bedeutet

$$z_E = \frac{\omega - j\nu_E}{\Omega_E} \quad (1a)$$

mit $\omega = 2\pi f$ als aufgeprägter Kreisfrequenz, ν_E als mittlerer sekundlicher Elektronenstoßzahl und $\Omega_E = \frac{qE}{m_E B}$ als magnetischer Umlauffrequenz (Gyrofrequenz) der Elektronen (q_E = Elektronenladung, m_E = Elektronenmasse).

$\omega_{0E}^2 = \frac{N_E q_E^2}{\epsilon_0 m_E}$ ist die Plasma-Eigenfrequenz der Elektronen mit N_E als Anzahl der Elektronen pro Raumeinheit, ϵ_0 die absolute Dielektrizitätskonstante des Vakuums.

Der Zusammenhang zwischen Konvektionsstromdichte J und elektrischer Feldstärke E ist dann gegeben durch

$$\begin{aligned} J_{xE} &= (Nq)_E v_{xE} = \kappa_{xx} E_x + \kappa_{xy} E_y, \\ J_{yE} &= (Nq)_E v_{yE} = \kappa_{yx} E_x + \kappa_{yy} E_y, \\ J_{zE} &= (Nq)_E v_{zE} = \kappa_z E_z. \end{aligned}$$

Bei mehreren Arten von Ladungsträgern im Plasma summieren sich die entsprechenden Konvektionsstromanteile. Diese Summierung gilt auch für die Elemente des Leitwertensors. Im folgenden sollen Plasmen, bestehend aus zwei Komponenten (Elektronen und positive Ionen) betrachtet werden. Bezüglich einer Erweiterung auf mehrere Komponenten (siehe [4]), wo der dämpfungslose Fall diskutiert wird.

Unter Hinzunahme der positiven Ionen erhält man nun aus den Gln. (1)

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{xx} &= \kappa_{yy} = j\omega\epsilon_0 \left[\left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_E \frac{z_E}{1-z_E^2} + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_J \frac{z_J}{1-z_J^2} \right], \\ \kappa_{xy} &= -\kappa_{yx} = \omega\epsilon_0 \left[\left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_E \frac{1}{1-z_E^2} + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_J \frac{1}{1-z_J^2} \right], \\ \kappa_z &= -j\omega\epsilon_0 \left[\frac{\omega_{0E}^2}{\omega(\omega - j\nu_E)} + \frac{\omega_{0J}^2}{\omega(\omega - j\nu_J)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Die in den Gln. (1) für die Elektronen gewählten Symbole sind hier in entsprechender Weise auf die positiven Ionen übertragen, und es bedeutet analog zu (1a)

$$z_J = \frac{\omega - j\nu_J}{\Omega_J}, \quad \Omega_J = \frac{qJ}{m_J} \cdot B. \quad (2a)$$

Das Plasma soll in sich neutral sein, so daß gilt

$$\Sigma(Nq) = 0, \quad \text{d.h.} \quad (Nq)_E + (Nq)_J = 0.$$

Daraus folgt die im Zusammenhang mit den Gln. (2) wichtige Beziehung

$$\left(\frac{\omega_0^2}{\Omega} \right)_E = \frac{(Nq)_E}{\epsilon_0 B} = -\frac{(Nq)_J}{\epsilon_0 B} = -\left(\frac{\omega_0^2}{\Omega} \right)_J. \quad (3)$$

Man erkennt hieraus die schon anfangs erwähnte Kompensation zwischen Elektronen und positiven Ionen, die bei niedrigen Frequenzen bezüglich der Leitwertskomponente κ_{xy} auftreten kann.

Es ist zweckmäßig, die Verschiebungsstromdichte gleich mit einzubeziehen, indem man die Leitwerte κ formal in relative Dielektrizitätskonstanten ϵ überführt:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_{yy} = 1 + \frac{\kappa_{xx}}{j\omega\epsilon_0}, & \epsilon_{xy} &= -\epsilon_{yx} = \frac{\kappa_{xy}}{j\omega\epsilon_0}, \\ \epsilon_z &= 1 + \frac{\kappa_z}{j\omega\epsilon_0}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Somit erhält man schließlich aus den Gln. (2), (3) und (4) für die Tensorelemente der Dielektrizitätskonstanten:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_{yy} = 1 + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_J \left[\frac{z_J}{1-z_J^2} - \frac{z_E}{1-z_E^2} \right], \\ \epsilon_{xy} &= -\epsilon_{yx} = -j \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_J \left[\frac{1}{1-z_J^2} - \frac{1}{1-z_E^2} \right], \\ \epsilon_z &= 1 - \frac{\omega_{0E}^2}{\omega(\omega - j\nu_E)} - \frac{\omega_{0J}^2}{\omega(\omega - j\nu_J)}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Im Ausdruck für ϵ_z kann stets das Elektronenglied als überwiegend betrachtet werden, wegen $\omega_{0E}^2 \gg \omega_{0J}^2$. Interessant im Hinblick auf den Einfluß der Ionen sind dagegen die vom Magnetfeld abhängigen Größen ϵ_{xx} und ϵ_{xy} , wobei die Größenverhältnisse der jeweiligen Glieder $z/(1-z^2)$ bzw. $1/(1-z^2)$ maßgeblich sind.

Eine Abschätzung des Verhältnisses z_E/z_J ergibt betragsmäßig mit w als Wertigkeit der Ionen

$$\left| \frac{z_E}{z_J} \right| = \left| \frac{\Omega_J}{\Omega_E} \right| \left| \frac{\omega - j\nu_E}{\omega - j\nu_J} \right| = w \frac{m_E}{m_J} \cdot \frac{\nu_E}{\nu_J} \left| \frac{1 + j \frac{\omega}{\nu_E}}{1 + j \frac{\omega}{\nu_J}} \right|.$$

Der rechte Faktor ist jedenfalls ≤ 1 wegen $\nu_J < \nu_E$. Für den linken Faktor kann abgeschätzt werden [5]

$$\frac{\nu_E}{\nu_J} < \sqrt{\frac{T_E m_J}{T_J m_E}}$$

mit T als absoluter Temperatur, so daß sich ergibt

$$\left| \frac{z_E}{z_J} \right| < w \sqrt{\frac{(mT)_E}{(mT)_J}}. \quad (6)$$

Wegen des großen Masseverhältnisses $m_J \gg m_E$ kann also auch bei Berücksichtigung der Verluste $z_E \ll z_J$ gesetzt werden, solange (wie z.B. in der Ionosphäre) das Temperaturverhältnis nicht allzu groß wird. Für hohe Frequenzen $\omega > \Omega_E$ gehen die Ausdrücke in den Gln. (5) gegen $-1/z$ bzw. $-1/z^2$, was einem Überwiegen des Elektronengliedes entspricht. In diesem Frequenzbereich bestimmen also, wie bekannt, im wesentlichen die Elektronen die Verhältnisse im Plasma. Für niedrigere Frequenzen jedoch, besonders in der Nähe der Ionen-Gyrofrequenz und darunter, werden die Dielektrizitätskonstanten durch die Ionen mit beeinflußt. Zur bequemerer Diskussion des gesamten Frequenzbereiches sollen deshalb einige abschchnittsweise gültige Näherungen betrachtet werden.

a) *Sehr niedrige Frequenz und Stoßzahl*, $|z_J|^2 \ll 1$; $|z_E|^2 \ll 1$, d.h. $\omega, \nu_J \ll \Omega_J$; $\omega, \nu_E \ll \Omega_E$:

Es wird dann

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_J (z_J - z_E) \\ \epsilon_{xy} &= -j \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_J (z_J^2 - z_E^2). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Setzt man wieder $|z_E| \ll |z_J|$, wegen $|\Omega_E| \gg |\Omega_J|$, so entfällt das Elektronenglied. Weiterhin kann man den Ausdruck

$$A_J = \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_J^2 = \frac{(Nm)_J}{\epsilon_0 B^2} \quad (8)$$

(ionische Alfvén-Konstante).

eingeführen. Dieses Glied beschreibt den Beitrag der Massendichte der Ionen zur Dielektrizitätskonstanten, vgl. [2], [6], und ist in den meisten Fällen, selbst bei

starken Magnetfeldern, groß gegen Eins. Der Verschiebungsstromanteil in ϵ_{xx} darf deshalb auch vernachlässigt werden, und man erhält schließlich

$$\epsilon_{xx} = \left(\frac{\omega_0}{\Omega}\right)^2_J \left(1 - j \frac{\nu_J}{\omega}\right), \tag{9}$$

dieser Ausdruck ist auch von SCHUMANN [2] angegeben worden. Ferner wird

$$\frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{xx}} = -j z_J \ll 1. \tag{9a}$$

Solange also Frequenz und Ionenstoßzahl sehr klein gegenüber der Ionen-Gyrofrequenz sind, ist ϵ_{xx} praktisch nur durch die Ionen bestimmt. Da ferner $\epsilon_{xy} \ll \epsilon_{xx}$ ist, fließt der Konvektionsstrom vornehmlich in Richtung der erregenden elektrischen Feldstärke. Im Vergleich dazu verschwindet die zu E und B senkrechte Stromkomponente nahezu, infolge der schon in der Einleitung erwähnten Kompensation zwischen Elektronen- und Ionenstrom. Im verlustlosen Fall verhält sich das Plasma wie ein reines Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstante $A_J = \left(\frac{\omega_0}{\Omega}\right)^2_J$. Elektronen und Ionen oszillieren senkrecht zur elektrischen Feldstärke mit gleicher Geschwindigkeit, so daß im neutralen Plasma in dieser Richtung kein resultierender Strom zustande kommt. Es verbleibt nur eine Stromkomponente parallel zum elektrischen Feld, welche im wesentlichen durch die Massendichte der schweren Ionen bestimmt wird. Die Verhältnisse entsprechen weitgehend den von ALFVÉN [7] beschriebenen, deshalb ist es üblich, in diesem Frequenzgebiet von magnetohydrodynamischen oder Alfvén-Wellen zu sprechen [2], [12].

b) Frequenz in der Größenordnung der Ionen-Gyrofrequenz, d.h. $|z_E^2| \ll 1$ oder $\omega, \nu_E \ll \Omega_E$, wogegen aber $|z_J^2|$ nicht mehr klein gegen Eins ist.

Für dieses Frequenzgebiet erhält man aus den Gln. (5) für die Dielektrizitätskonstanten

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega}\right)_J \left(\frac{z_J}{1-z_J^2} - z_E\right) \\ \epsilon_{xy} &= -j \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega}\right)_J \frac{z_J^2}{1-z_J^2} \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

Das Elektronenglied in ϵ_{xx} kann auch noch bei Frequenzen oberhalb der Ionengyrofrequenz vernachlässigt werden, solange $\left|\frac{1}{z_J}\right| \gg |z_E|$ ist, dies entspricht nach Gl. (6) der Bedingung

$$|z_J^2| = \frac{\omega^2 + \nu_J^2}{\Omega_J^2} \ll \frac{1}{w} \sqrt{\frac{m_J T_J}{m_E T_E}}.$$

Auch hier kann bei Vernachlässigung des Verschiebungsstromes wieder wie bei a) gesetzt werden

$$\frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{xx}} = -j z_J. \tag{10a}$$

Da $|z_J|$ jetzt aber nicht mehr klein gegen Eins ist, darf ϵ_{xy} bei der Bildung von Brechungsindizes nicht mehr gegenüber ϵ_{xx} vernachlässigt werden.

c) Frequenz in der Umgebung des geometrischen Mittels aus Ionen- und Elektronen-Gyrofrequenz. Hier kann $|z_E^2| \ll 1$ und $|z_J^2| \gg 1$ gesetzt werden, und man

erhält aus Gl. (5) in Näherung

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 - \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega}\right)_J \left(\frac{1}{z_J} + z_E\right), \\ \epsilon_{xy} &= j \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega}\right)_J = -j \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega}\right)_E \gg \epsilon_{xx}. \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

In ϵ_{xy} ist hier der Ioneneinfluß bereits vernachlässigt. Im Konvektionsstromanteil der Größe ϵ_{xx} ist dagegen wieder eine Kompensation zwischen Elektronen und Ionen möglich. Dies erkennt man sofort, wenn man die Verluste vernachlässigt ($\nu = 0$). Dann werden z_E und z_J reell und haben unterschiedliches Vorzeichen (wegen des verschiedenen Vorzeichens der beiden Gyrofrequenzen Ω_E und Ω_J). Es kann also $z_E = -1/z_J$ werden, d.h. $\omega = \sqrt{|\Omega_J \cdot \Omega_E|}$ und es wird $\epsilon_{xx} = 1$ (reiner Verschiebungsstrom). Die Stelle $\epsilon_{xx} = 0$ liegt bei genügend hoher Ionisation frequenzmäßig sehr nahe bei der Stelle $\epsilon_{xx} = 1$. Dies ist für eine Wellenausbreitung quer zum aufgeprägten Magnetfeld von Bedeutung, wie später gezeigt wird.

d) Frequenz in der Umgebung der Elektronengyrofrequenz und darüber, d.h. $|z_J^2| \gg 1$, wogegen aber $|z_E^2|$ nicht mehr klein gegen Eins ist.

Man erhält hier schließlich aus (5)

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega}\right)_E \frac{z_E}{1-z_E^2}, \\ \epsilon_{xy} &= -j \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega}\right)_E \frac{1}{1-z_E^2}. \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

Diese Beziehungen sind identisch mit den Gln. (1), es tritt kein Ioneneinfluß mehr auf, und die Vorgänge sind allein durch die Elektronen bestimmt.

3. Wellenausbreitung
im homogenen unbegrenzten Plasma

3.1. Ausbreitung parallel zum aufgeprägten
Magnetfeld

Magnetfeld und Ausbreitung seien in z -Richtung angenommen mit dem Ansatz

$$e^{-j\gamma z} = e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z}$$

für eine in positiver z -Richtung laufende Welle.

Der Brechungsindex n ist definiert durch den Ansatz

$$\gamma = \beta - j\alpha = \frac{\omega}{c} n = \frac{\omega}{c} [\text{Re}(n) + j \text{Im}(n)] \tag{13}$$

(c = Lichtgeschwindigkeit).

Aus Realteil und Imaginärteil von n ergeben sich die für eine Wellenausbreitung interessierenden Größen:

$$\left. \begin{aligned} \text{Kreiswellenzahl} \quad \beta &= \frac{\omega}{c} \text{Re}(n), \\ \text{Phasengeschwindigkeit} \quad v_p &= \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\text{Re}(n)}, \\ \text{Wellenlänge} \quad \lambda &= \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi c}{\omega \text{Re}(n)}, \\ \text{Dämpfung} \quad \alpha &= -\frac{\omega}{c} \text{Im}(n). \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

Für die im Plasma parallel zum aufgeprägten Magnetfeld laufende Welle erhält man bekanntlich [3] aus den

Maxwell-Gleichungen den Brechungsindex zu

$$n_{2l}^2 = \varepsilon_{xx} \pm j \varepsilon_{xy}, \quad (15)$$

und es wird mit den Gln. (5)

$$n_{2l}^2 = 1 + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega \omega} \right)_J \left[\frac{\pm 1}{1 \pm z_J} \mp \frac{1}{1 \pm z_E} \right]. \quad (16)$$

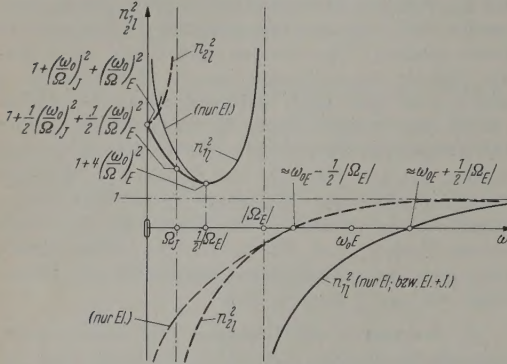


Abb. 1. Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld: Übersicht über den Frequenzgang der Brechungsindizes im verlustfreien Fall für $\omega_0 > \Omega$

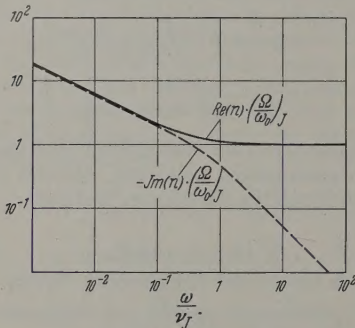


Abb. 2. Wellenausbreitung bei sehr niedrigen Frequenzen ($\omega, \nu_J < \Omega_J$, entkoppelter Fall): Brechungsindizes n nach Real- und Imaginärteil, abhängig von Kreisfrequenz ω und Ionenstoßzahl ν_J

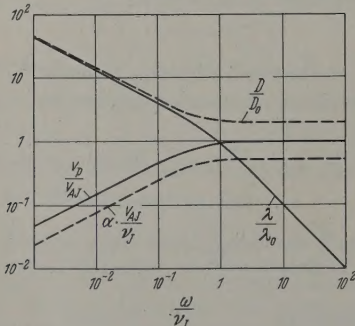


Abb. 3. Wellenausbreitung bei sehr niedrigen Frequenzen (entkoppelter Fall): Phasengeschwindigkeit v_p , Dämpfung α , Wellenlänge λ und Dämpfungsstrecke D abhängig von Kreisfrequenz ω und Ionenstoßzahl ν_J .

$$v_{AJ} = c \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \right)_J, \quad \lambda_0 = 2\pi \frac{v_{AJ}}{\nu_J}, \quad D_0 = \frac{v_{AJ}}{\nu_J}$$

Einen Überblick über den Ioneneinfluß soll zunächst der verlustlose Fall geben. Setzt man $\nu_J = 0$ und $\nu_E = 0$, so wird

$$z_J = x_J = \omega/\Omega_J \quad \text{und} \quad z_E = x_E = \omega/\Omega_E.$$

Setzt man ferner $x_E = -k \cdot x_J$ mit $k = \left| \frac{\Omega_J}{\Omega_E} \right| = \frac{m_E}{m_J} \left| \frac{q_J}{q_E} \right| \ll 1$ und führt weiterhin die ionische Alfvén-Konstante $A_J = \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_J$ ein, so erhält man aus (5) und (15)

$$n_{2l}^2 = 1 - \frac{A_J(1+k)}{(x \pm 1)(kx \mp 1)}. \quad (17)$$

Der prinzipielle Verlauf der beiden Brechungsindizes nach (17) ist für den verlustlosen Fall abhängig von der Frequenz in Abb. 1 dargestellt mit $\omega_0 E > \Omega_E$, $\omega_0 J \gg \Omega_J$. Wenn man nur die Elektronen im Plasma berücksichtigt, so ergibt sich für $\omega_0 E > \Omega_E$ vergleichsweise der in Abb. 1 dünn eingezeichnete Verlauf [3]. Man erkennt die Übereinstimmung der entsprechenden Kurven bei höheren Frequenzen, insbesondere bezüglich der Lage der Nullstellen. Bei niedrigen Frequenzen unterscheiden sich die Verhältnisse infolge der Mitwirkung der positiven Ionen. Wesentlich ist die Resonanzstelle von n_{2l} bei der Gyrofrequenz Ω_J der Ionen und der dadurch entstandene zusätzliche Ausbreitungsbereich für n_{2l} bei Frequenzen unterhalb Ω_J . Für sehr niedrige Frequenzen laufen beide Brechungsindizes auf den Wert

$$n_{1l} = n_{2l} \approx \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_J = \sqrt{A_J}$$

zu. Der verlustbehaftete Fall soll wieder unter Zuhilfenahme einiger Näherungen diskutiert werden:

a) *Sehr niedrige Frequenz und Stoßzahl, $|z_J| \ll 1$; $|z_E| \ll 1$, d.h. $\omega, \nu_J \ll \Omega_J$; $\omega, \nu_E \ll \Omega_E$.*

Aus (7) bzw. (16) folgt in erster Näherung

$$n_{2l}^2 = 1 + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega \omega} \right)_J (z_J - z_E) = \varepsilon_{xx}, \quad \varepsilon_{xy} \rightarrow 0 \quad (\text{entkoppelter Fall}).$$

Berücksichtigt man ferner $|z_E| \ll |z_J|$ und $(\omega_0/\Omega)_J^2 = A_J \gg 1$, so ergibt sich

$$n_{1l} \approx n_{2l} \approx \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_J \sqrt{1 - j \frac{\nu_J}{\omega}}. \quad (18)$$

Die Fälle $\omega \gg \nu_J$ und $\omega \ll \nu_J$ sind von SCHUMANN [2] diskutiert worden. Insgesamt ergibt sich für n bei sehr niedrigen Frequenzen und Stoßzahlen der in Abb. 2 gezeigte Verlauf. Real- und Imaginärteil von n sind auf $(\omega_0/\Omega)_J$ normiert und in Abhängigkeit von ω/ν_J dargestellt. Abb. 3 gibt die zugehörigen Verläufe für Phasengeschwindigkeit v_p , Dämpfung α , Wellenlänge λ und Dämpfungsstrecke $D = 1/\alpha$ in normierter Form abhängig von ω, ν_J und $(\omega_0/\Omega)_J$. Für geringe Stoßzahlen nähert sich der (die Phasengeschwindigkeit bestimmende) Realteil des Brechungsindex dem frequenzunabhängigen Wert $\sqrt{A} = (\omega_0/\Omega)_J$, und die Phasengeschwindigkeit wird gleich der ionischen Alfvén-Geschwindigkeit

$$v_p = v_{AJ} = c \cdot \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \right)_J = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 (Nm)}}. \quad (19)$$

Dieser entkoppelte Fall ($\varepsilon_{xy} \rightarrow 0$, d.h. kein Konvektionsstrom senkrecht zur elektrischen Feldstärke) entspricht, wie schon erwähnt, dem bekannten Ausbreitungsmechanismus einer ebenen Alfvén-Welle [7]. Zahlenmäßig ergibt sich z.B. für die F-Schicht der

osphäre bei einer 0^+ -Ionenkonzentration von $N = 10^5/\text{cm}^3$ mit $B = 0,6$ Gauß, $\nu_J = 100 \text{ sec}^{-1}$ und $f = \omega/2\pi = 1 \text{ Hz}$: $(\omega_0/\Omega_J) = 300$, $v_{AJ} = 10^6 \text{ m/sec}$, $v_p = 1 \cdot 10^5 \text{ m/sec}$, $\lambda = 4 \cdot 10^5 \text{ m}$ und $D = 6 \cdot 10^4 \text{ m}$.

b) Frequenz in der Größenordnung der Ionen-Gyrofrequenz, d.h. $|z_E| \ll 1$ oder $\nu_E \ll \Omega_E$.

Es ist dann nach (10) bzw. (16)

$$n_{2l}^2 = 1 + \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_J \left[\frac{z_J}{1 \pm z_J} - z_E \right]. \quad (20)$$

Das Elektronenglied kann im fraglichen Frequenzgebiet noch als vernachlässigbar klein gegenüber dem Ionglied angesehen werden, vgl. Abschn. 2b.

Die beiden Brechungsindizes lassen sich dann durch Kreisdiagramme in der komplexen Ebene darstellen. Setzt man

$$z_J = x_J - j y_J = \frac{\omega}{\Omega_J} - j \frac{\nu_J}{\Omega_J} \quad \text{und} \quad A_J = (\omega_0/\Omega_J)^2 \gg 1,$$

so wird

$$\eta_{2l}^2 = n_{2l}^2 \left(\frac{x}{A} \right)_J = \frac{z_J}{1 \pm z_J}.$$

Die Kurven konstanter Frequenz ω bzw. Stoßzahl ν_J sind Kreise in der komplexen η^2 -Ebene mit $x_J = \omega/\Omega_J$ bzw. $y_J = \nu_J/\Omega_J$ als Parameter. Hieraus lassen sich nun die interessierenden Größen leicht ermitteln. Abb. 4 gibt einen Vergleich zwischen den Realteilen der beiden Brechungsindizes n_{1l} und n_{2l} abhängig von Frequenz und Ionenstoßzahl, Abb. 5 zeigt die entsprechenden Verläufe für die Imaginärteile. Man erkennt die Resonanzstelle von n_{2l} bei der Ionen-Gyrofrequenz und deren Verflachung mit steigender Stoßzahl. Welle 2 ist stets stärker gedämpft als Welle 1, besonders in der Nähe der Gyrofrequenz. Interessant ist ein Vergleich zwischen Dämpfungsstrecke D und Wellenlänge λ . Die Größe

$$\lambda \alpha = \frac{\lambda}{D} = -2\pi \frac{\text{Im}(n)}{\text{Re}(n)}$$

ist ein Maß für den Amplitudenabfall innerhalb einer Wellenlänge. Aus Abb. 4 und 5 ist durch Vergleich der entsprechenden Kurven ersichtlich, daß die Verhältnisse für Welle 1 hier wesentlich günstiger liegen als für Welle 2. Ist z.B. $\omega = \Omega_J$ und $\nu_J = 0,1 \cdot \Omega_J$, so ergibt sich für Welle 1 $\lambda_1 = 0,16 \cdot D_1$, dies bedeutet einen Amplitudenabfall auf $1/e$ nach etwa sechs Wellenlängen. Für Welle 2 erhält man dagegen unter denselben Bedingungen $\lambda_2 = 7 \cdot D_2$, d.h. die Amplitude ist schon nach $1/7$ Wellenlänge auf den $1/e$ -fachen Wert abgesunken.

Für höhere Frequenzen gelten wieder die in Abschnitt 2c und d besprochenen Näherungen, insbesondere erhält man für Frequenzen in der Größenordnung der Elektronen-Gyrofrequenz den bekannten, allein durch die Elektronen bestimmten Ausdruck

$$n_{2l}^2 = 1 \mp \left(\frac{\omega_0^2}{\Omega\omega} \right)_E \left(\frac{1}{1 \pm z_E} \right), \text{ vgl. [3].}$$

3.2. Ausbreitung senkrecht zum aufgeprägten Magnetfeld

Um die in Abschnitt 2 diskutierten Dielektrizitätskonstanten unverändert benützen zu können, wird das Magnetfeld wieder in z -Richtung angenommen, die Ausbreitung der Welle erfolgt jetzt jedoch in x -Rich-

tung mit dem Ansatz

$$e^{-j\gamma x}, \quad \gamma = \frac{\omega}{c} \cdot n_t.$$

Man erhält bekanntlich [3] auch hier wieder zwei Wellentypen, die die zugehörigen Brechungsindizes

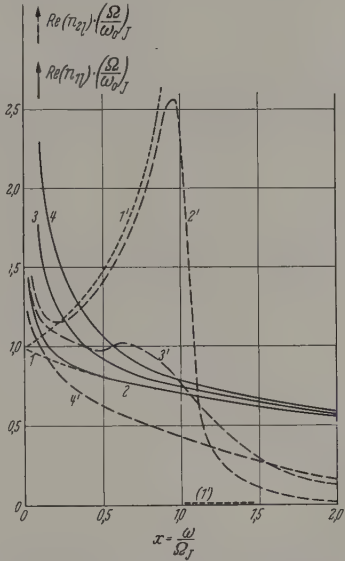


Abb. 4. Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld bei Frequenzen in der Größenordnung der Ionen-Gyrofrequenz Ω_J : Realteile der Brechungsindizes n_{1l} abhängig von Kreisfrequenz ω und Ionenstoßzahl ν_J . Kurven 1, 1': $\nu_J = 0$; Kurven 2, 2': $\nu_J = 0,1 \cdot \Omega_J$; Kurven 3, 3': $\nu_J = 0,5 \cdot \Omega_J$; Kurven 4, 4': $\nu_J = 1,0 \cdot \Omega_J$

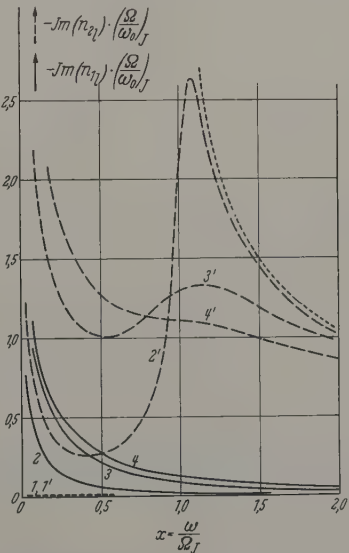


Abb. 5. Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld: Imaginärteile der Brechungsindizes n_{1l} . Bezeichnung der Kurven wie in Abb. 4

ergeben sich aus den Maxwell-Gleichungen zu

$$\left. \begin{aligned} n_{1l}^2 &= \varepsilon_{xx} \left[1 + \left(\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} \right)^2 \right] \\ &\quad \text{mit den Feldkomponenten } E_x, E_y, H_z \\ \text{und} \\ n_{2l}^2 &= \varepsilon_z \quad \text{mit den Feldkomponenten } E_z, H_y. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Bezüglich eines Ioneneinflusses ist nur Typ 1 interessant. Typ 2 ist vom aufgeprägten Magnetfeld unabhängig (E in Richtung von B), und in ε_z , vgl. Gl. (5) überwiegt stets das Elektronenglied wegen $\omega_{0E}^2 \gg \omega_{0J}^2$. Gl. (21) für Typ 1 kann umgeformt werden in

$$n_{1t}^2 = \frac{1}{\varepsilon_{xx}} (\varepsilon_{xx} + j \varepsilon_{xy}) (\varepsilon_{xx} - j \varepsilon_{xy}) = \frac{1}{\varepsilon_{xx}} n_{1l}^2 n_{2l}^2, \quad (22)$$

wobei n_{1l} und n_{2l} die schon diskutierten Brechungsindizes für die Ausbreitung parallel zum Magnetfeld sind. Zunächst soll wieder der verlustlose Fall eine Übersicht geben. Es sei wieder $\nu = 0$, d.h. $z = x = \omega/\Omega$ und $x_E = -k \cdot x_J$ mit $k = |\Omega_J/\Omega_E| \ll 1$. Dann ergibt sich mit $A_J = (\omega_0/\Omega_J)^2$ und Gl. (5), (17), (22):

$$n_{1t}^2 = \left. \frac{(x_J^2 - 1)(k^2 x_J^2 - 1) - A_J(1+k)[2(kx_J^2 - 1) + A_J(1+k)]}{(x_J^2 - 1)(k^2 x_J^2 - 1) - A_J(1+k)(kx_J^2 - 1)} \right\} \quad (23)$$

Dieser etwas umständliche Ausdruck ist jedoch leicht zu diskutieren: Die Nullstellen $n_{1t}^2 = 0$ ergeben sich

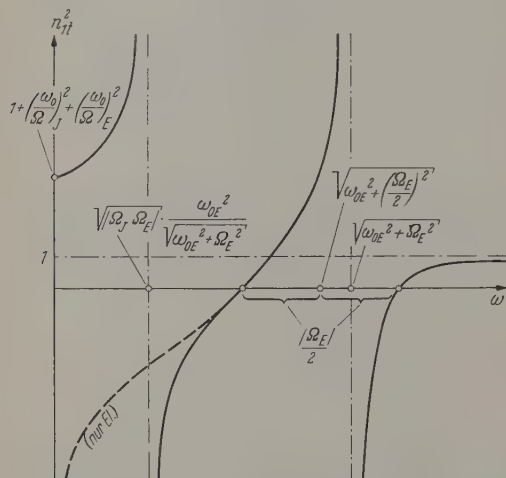


Abb. 6. Wellenausbreitung senkrecht zum Magnetfeld: Übersicht über den Frequenzgang von n_{1t}^2 (Brechungsindex für den vom Magnetfeld beeinflussten Wellentyp) im verlustlosen Fall für $\omega_0 > \Omega$

nach (22) unmittelbar aus der Bedingung $n_{1l}^2 \cdot n_{2l}^2 = 0$. Sie liegen wie bei der Ausbreitung parallel zum Magnetfeld bei den Frequenzen

$$\omega_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} |\Omega_E| \left(\pm 1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_E^2} \right) \approx \omega_{0E} \pm \frac{1}{2} |\Omega_E|$$

(für $\omega_{0E} > \Omega_E$, vgl. Abb. 1).

Der Unterschied ist lediglich, daß jetzt beide Nullstellen einem einzigen Polarisationsstyp angehören.

Die Pole $n_{1t}^2 = \infty$ erhält man nach Gl. (5), (22) aus der Bedingung

$$\varepsilon_{xx} - 1 + A_J \left| \frac{1}{1 - x_J^2} + \frac{k}{1 - (kx_J)^2} \right| = 0. \quad (24)$$

1. Lösung für $x_J^2 \gg 1$, d.h. $\omega^2 \gg \Omega_J^2$:

$$\frac{1}{A_J} = \frac{1}{x_J^2} + \frac{k}{(kx_J)^2 - 1}$$

oder in Näherung

$$k A_J = (k x_J)^2 - 1, \quad \text{d.h.} \quad \left(\frac{\omega}{\Omega} \right)_E^2 = \frac{\omega^2}{\Omega_E^2} - 1.$$

Der eine Pol liegt also bei der Frequenz $\omega_{\infty} \approx \sqrt{\omega_{0E}^2 + \Omega_E^2}$, d.h. außerhalb des von den Ionen beeinflussten Frequenzgebietes. Man erhält ihn auch bei alleiniger Berücksichtigung der Elektronen. Eine 2. Lösung von Gl. (24) entsteht durch die Mitwirkung der Ionen im Gebiet niedrigerer Frequenz: Für $\omega^2 \ll \Omega_E^2$, d.h. $(kx_J)^2 \ll 1$ entsteht aus Gl. (24)

$$\frac{1}{A_J} = \frac{1}{x_J^2} - k$$

oder

$$x_J^2 \approx \frac{1}{k} \cdot \frac{(\omega_0/\Omega)_E^2}{1 + (\omega_0/\Omega)_E^2},$$

d.h.

$$\omega_{\infty} \approx \sqrt{|\Omega_J \Omega_E|} \frac{\omega_{0E}}{\sqrt{\omega_{0E}^2 + \Omega_E^2}}.$$

Falls $\omega_{0E}^2 \gg \Omega_E^2$, wird $\omega_{\infty} \approx \sqrt{|\Omega_J \Omega_E|}$, d.h. der zweite Pol liegt dann nahe beim geometrischen Mittel aus den beiden Gyrofrequenzen, wie schon in Abschnitt 2c erwähnt wurde, vgl. auch [8].

Der prinzipielle Verlauf von n_{1t}^2 im verlustlosen Fall ist aus Abb. 6 ersichtlich. Die gestrichelte Kurve zeigt wieder zum Vergleich den bekannten Verlauf, den man bei alleiniger Berücksichtigung der Elektronen erhält [3].

Was den Einfluß der Verluste anbelangt, so kann man für das Frequenzgebiet von Null bis in die Größenordnung der Ionen-Gyrofrequenz wieder die Näherungen von Abschnitt 2b verwenden. Mit $A_J \gg 1$ und den Gln. (10a) und (21) wird

$$n_{1t}^2 = \varepsilon_{xx} (1 - z_J^2), \quad \text{also} \quad n_{1t} \approx \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_J \sqrt{1 - j \frac{\nu_J}{\omega}}. \quad (25)$$

Es ergeben sich dieselben Ausbreitungsbedingungen wie für die in Abschnitt 3.1a diskutierte, parallel zum Magnetfeld laufende Alfvén-Welle, jedoch mit dem Unterschied, daß der Gültigkeitsbereich dieser Näherung bei der Ausbreitung quer zum Magnetfeld zu höheren Frequenzen (Umgebung von Ω_J) hin erweitert ist, vgl. Abb. 1.

Es soll noch kurz auf den Einfluß der Verluste in der Umgebung des Poles bei $\omega \approx \sqrt{|\Omega_J \Omega_E|}$ eingegangen werden. Für dieses Frequenzgebiet gelten wieder die Näherungen von Abschnitt 2c. Mit $\varepsilon_{xy} \gg \varepsilon_{xx}$ erhält man aus Gl. (21) $n_{1t}^2 \approx \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}}$ und es wird bei Vernachlässigung des Verschiebungsstromes mit $p^2 = \frac{\omega^2}{|\Omega_J \Omega_E|}$, $S_J = \frac{\nu_J}{\omega}$ und $S_E = \frac{\nu_E}{\omega}$:

$$n_{1t}^2 \approx \frac{(\omega_0/\Omega)_J^2}{1 - p^2 + j(S_J + p^2 S_E)}. \quad (26)$$

In der Umgebung des Poles ist p^2 in der Nähe von Eins, und da ferner $\nu_E > \nu_J$ ist, so sind also hier hauptsächlich die Elektronenstöße für die Verluste maßgeblich.

3.3. Ausbreitung schräg zur Richtung des aufgeprägten Magnetfeldes

Der gesuchte Brechungsindex ergibt sich hier in Form von Lösungen einer biquadratischen Gleichung (Dispersionsgleichung). Die entsprechenden Erscheinungen sind für ein reines Elektronenplasma ausführlich diskutiert worden, siehe z.B. [9], [10], deshalb soll auf die grundsätzliche Herleitung nur kurz ein-

gegangen werden. In unserem Fall ist es zweckmäßig, wieder die in Abschnitt 2 diskutierten Dielektrizitätskonstanten zu benutzen. Zu diesem Zweck wird das Magnetfeld in z -Richtung belassen. Die Richtung der Wellennormale sei jetzt mit z' bezeichnet und liege in der x - z -Ebene, um den Winkel φ gegen die z -Richtung gedreht.

Die Beziehung zwischen Konvektionsstromdichte \mathfrak{J} und elektrischer Feldstärke \mathfrak{E} über den Leitwertstensor κ im gestrichenen System lautet

$$\mathfrak{J}' = \kappa' \mathfrak{E}'. \quad (27)$$

Bekannt ist der Leitwertstensor im *ungestrichenen* System:

$$\kappa = \begin{vmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} & 0 \\ -\kappa_{xy} & \kappa_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_z \end{vmatrix}, \text{ vgl. Gl. (1).}$$

Man erhält nach den bekannten Regeln über Koordinatendrehung

$$\kappa' = \vartheta^{-1} \kappa \vartheta \quad (28)$$

mit dem Drehtensor

$$\vartheta = \begin{vmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{vmatrix}, \quad \vartheta^{-1} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{vmatrix}.$$

Eine weitere Beziehung zwischen \mathfrak{J}' und \mathfrak{E}' über den Brechungsindex ergibt sich unmittelbar aus den Maxwell-Gleichungen mit $\partial/\partial x' = 0$, $\partial/\partial y' = 0$ und $\partial/\partial z' = -j\gamma = -jn \cdot \omega/c$:

$$\left. \begin{aligned} J'_x &= j\omega \varepsilon_0 (n^2 - 1) E'_x \\ J'_y &= j\omega \varepsilon_0 (n^2 - 1) E'_y \\ J'_z &= -j\omega \varepsilon_0 E'_z \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Drückt man nach Gl. (4) die Leitwertselemente wieder durch die Dielektrizitätskonstanten ε_{xx} , ε_{xy} und ε_z aus, so erhält man aus den Gln. (27), (28) und (29) nach Eliminieren der Ströme und Feldstärken schließlich die Dispersionsgleichung für den Brechungsindex in der Form

$$a n^4 + b n^2 + c = 0 \quad \text{d.h.} \quad n^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (30)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} a &= \varepsilon_{xx} \sin^2 \varphi + \varepsilon_z \cos^2 \varphi, \\ b &= -[\varepsilon_{xx} \varepsilon_z (1 + \cos^2 \varphi) + \sin^2 \varphi (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2)], \\ c &= \varepsilon_z (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2), \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

vgl. [11], [12].

Für $\varphi = 0$ bzw. $\varphi = 90^\circ$ erhält man als Lösungen von (30) selbstverständlich wieder die in Abschnitt 3.1, Gl. (15) bzw. Abschnitt 3.2, Gl. (21) diskutierten Brechungsindizes.

Interessant ist hier wieder das Verhalten bei niedrigen Frequenzen. FEJER [12] hat eine Lösung für tiefste Frequenzen mit $\varepsilon_{xy} = 0$ angegeben, was unserem Fall $|z_J| \ll 1$, $|z_E| \ll 1$ entspricht.

Der allgemeine Ausdruck für n^2 nach (30) und (31) wird bei Berücksichtigung des Ioneneinflusses natürlich sehr unübersichtlich, da ja die Dielektrizitätskonstanten selbst schon eine relativ komplizierte Form haben. Man kann aber für das Frequenzgebiet von Null bis zu Frequenzen in der Größenordnung der Ionen-Gyrofrequenz, innerhalb dessen der Ionenein-

fluß hauptsächlich interessant ist, wieder die Näherungen von Abschnitt 2b, Gl. (10) und (10a) verwenden. Mit

$$A_J = \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_J^2 \gg 1 \quad \text{und} \quad x = \text{Re}(z) = \frac{\omega}{\Omega_J}$$

ist

$$\varepsilon_{xx} = A_J \frac{z_J}{x} \frac{1}{1 - z_J^2}, \quad \text{und} \quad \varepsilon_{xy} = -j z_J \varepsilon_{xx}.$$

Wir führen ferner den schon unter Gl. (18) und (25) diskutierten Brechungsindex n_0 für die Alfvén-Welle bei tiefsten Frequenzen ($|z_J| \ll 1$) ein:

$$n_0^2 = \left(A \frac{z}{x} \right)_J = \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_J^2 \left(1 - j \frac{v_J}{\omega} \right).$$

Somit erhält man nach Umrechnung als Näherungslösung der Dispersionsgleichung (30) für Frequenzen von Null bis in die Größenordnung von Ω_J unter Berücksichtigung des Ioneneinflusses

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{n_1^2(\varphi)}{n_0} \right)^2 &= \frac{2\varepsilon_z + (n_0^2 - \varepsilon_z) \sin^2 \varphi \pm 2[n_0^2 \sin^2 \varphi + \sqrt{[2z_J \varepsilon_z \cos \varphi]^2 + [(n_0^2 - \varepsilon_z) \sin^2 \varphi]^2}}{\varepsilon_z (1 - z_J^2) \cos^2 \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Für $\varphi = 0$ wird $n_{1t}^2 = \frac{n_0^2}{1 \pm z_J}$ (vgl. Abschnitt 3.1b), und für $\varphi = 90^\circ$ erhält man

$$n_{1t}^2 = n_0^2, \quad n_{2t}^2 = \varepsilon_z \quad (\text{vgl. Abschnitt 3.2}).$$

Für tiefste Frequenzen ergibt sich aus (30) mit $\varepsilon_{xy} \rightarrow 0$ die von FEJER [12] angegebene Lösung:

$$\left. \begin{aligned} n_1^2 &= n_0^2 \quad (\text{unabhängig von } \varphi), \\ n_2^2 &= n_0^2 \frac{\varepsilon_z}{n_0^2 \sin^2 \varphi + \varepsilon_z \cos^2 \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Meist kann $\varepsilon_z \approx \frac{\omega_0^2 E}{\omega(\omega - j\nu_E)} \gg n_0^2$ gesetzt werden, so daß aus (33) entsteht, falls φ nicht allzu nahe an 90° kommt:

$$n_2 \approx \frac{n_0}{\cos \varphi} = \frac{n_1}{\cos \varphi} = \left(\frac{\omega_0}{\Omega \cos \varphi} \right)_J \left| 1 - j \frac{v_J}{\omega} \right|. \quad (33a)$$

Dies bedeutet, daß für n_2 die Projektion des Magnetfeldes auf die Wellennormale $B_n = B \cdot \cos \varphi$ maßgeblich ist, vgl. [13].

Eine weitere Konsequenz ergibt sich aus den Gln. (33) und (33a) im verlustfreien Fall, wenn man die Strahlrichtung (Richtung der mittleren Energieströmung) betrachtet. Trägt man für eine bestimmte Frequenz den Brechungsindex als Funktion des Winkels φ zwischen Magnetfeld und Wellennormale in Polarkoordinaten auf, so erhält man bekanntlich [14] die Strahlrichtung als Normale auf die $n(\varphi)$ -Kurve. Dies bedeutet, daß für Typ 1 die Strahlrichtung immer mit der Wellennormale zusammenfällt. Für Typ 2 dagegen weist sie stets in Richtung des aufgetragenen Magnetfeldes. Eine ausführlichere Betrachtung dieser Probleme in bezug auf die Ionosphäre hat HINES [11] angegeben.

4. Wellenausbreitung im metallisch begrenzten Plasma parallel zum aufgeprägten Magnetfeld

SCHUMANN [15] hat die Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld in einem Elektronenplasma untersucht, das von leitenden Ebenen begrenzt ist, siehe

Abb. 7. Die allgemeine Behandlung des Problems ist sehr kompliziert, da in einem solchen Plasma-Hohlleiter, im Gegensatz zum Vakuum-Hohlleiter, grundsätzlich nicht mehr ein voneinander unabhängiges Auftreten zweier getrennter Wellentypen (E -Typ mit einer longitudinalen elektrischen Feldkomponente bzw. H -Typ mit einer longitudinalen magnetischen Feldkomponente) möglich ist. Die Typen sind jetzt vielmehr durch die Wirkung des magnetisierten Plasmas feldmäßig miteinander verknüpft. Zu jeder Ausbreitungsart gehört ein E -Anteil und ein H -Anteil, und die Grenzbedingungen müssen für beide Anteile gleichzeitig befriedigt werden. Es gibt aber auch quasi entkoppelte Fälle, bei denen der E - oder der H -Anteil in einer Ausbreitungsart über weite Frequenzgebiete überwiegt, wie OEHL [16] beim Elektronenplasma zeigt. Bei den vorliegenden Betrachtungen

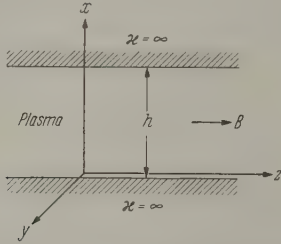


Abb. 7. Plasma zwischen zwei unendlich gut leitenden Ebenen

interessiert nun wieder die Frage, ob auch hier (ähnlich wie im unbegrenzten Plasma bei tiefsten Frequenzen) wieder eine Entkopplung durch die Mitwirkung der positiven Ionen auftreten kann.

Algebraisiert man die Maxwell-Gleichungen mit $\partial/\partial z = \pm j\gamma$ (Ausbreitung in z -Richtung), $\partial/\partial x = \pm jm$ und $\partial/\partial y = 0$, so erhält man nach [15] die Ausbreitungskonstanten

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1^2 &= -\frac{m^2}{2} \left(1 + \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{xx} \pm \frac{m^2}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_z} \right) \sqrt{1 + \delta} \\ \text{mit} \quad \delta &= 4 \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\epsilon_{xy}^2}{m^2} \left(\frac{1}{\epsilon_z} - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \frac{1}{m^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

wobei hier bereits $|\epsilon_{xx}| \ll |\epsilon_z|$ gesetzt ist, was im interessierenden Frequenzgebiet wegen $\omega_{0E}^2 \gg \omega_{0J}^2$ stets angenommen werden darf.

Die Größe δ kann als ein indirektes Maß für die oben erwähnte Verkopplung angesehen werden, in dem Sinne, daß $\delta \rightarrow 0$ auf jeden Fall Entkopplung bedeutet. Für kleines δ ergeben sich nach Gl. (34) die beiden Ausbreitungskonstanten zu

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{xx} - m^2 \left(\frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_z} - \frac{\delta}{4} \right) \\ \gamma_2^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{xx} - m^2 \left(1 + \frac{\delta}{4} \right) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Nun kann gezeigt werden, daß in den Frequenzbereichen mit maßgeblichem Ioneneinfluß (Abschnitt 2a und b) tatsächlich Entkopplung vorliegt. Es ist dies nach Gl. (35) dann der Fall, wenn die Größe $\delta/4$ gegenüber $|\epsilon_{xx}/\epsilon_z|$ vernachlässigbar ist. Hierzu können wieder die Näherungen für die Dielektrizitätskonstanten nach Gl. (10) und (10a) verwendet werden. Ins-

besondere ist

$$\epsilon_z \approx -\frac{\omega_{0E}^2}{\omega^2} \cdot \frac{1}{1 - j\nu_E/\omega}.$$

Man darf ferner bei kleiner Verkopplung hier gleich die Eigenfrequenz ω_g (kritische Grenzfrequenz der Vakuum-Anordnung) formal einführen, indem man setzt

$$m = \frac{\omega_g}{c}. \quad (36)$$

Die Forderung $\left| \frac{\delta}{4} \cdot \frac{\epsilon_z}{\epsilon_{xx}} \right| \ll 1$ führt dann nach Einsetzen der obigen Größen auf die Entkopplungsbedingung

$$\left| \frac{x_J^2}{1 - x_J^2} \right| \ll \frac{\left| \omega_g^2 \left(1 - j \frac{\nu_J}{\omega} \right) \left(1 - j \frac{\nu_E}{\omega} \right) \right|}{\omega_{0J}^2 \left(1 + \frac{\omega_{0E}^2}{\omega^2} - j \frac{\nu_E}{\omega} \right)}, \quad (37)$$

bzw. speziell im verlustlosen Fall mit $\nu_J, \nu_E = 0$, d.h. $x_J = x_J = \omega/\Omega_J$

$$\left| \frac{x_J^2}{1 - x_J^2} \right| \ll \frac{\left(\frac{\omega_g}{\omega_{0J}} \right)^2}{1 + \left(\frac{\omega_{0E}}{\omega_{0J}} \right)^2}. \quad (37a)$$

Die Entkopplung ist um so besser, je weiter die kritische Frequenz ω_g über den Plasma-Eigenfrequenzen ω_{0J} und ω_{0E} liegt und je niedriger die Betriebsfrequenz ist. Besonders das Verhältnis ω_g/ω_{0J} ist hierbei maßgeblich. Im verlustlosen Fall ist die Bedingung (37a) bei genügend großem ω_g/ω_{0J} selbst noch für Frequenzen erfüllt, die sehr nahe bei der Ionen-Gyrofrequenz liegen. Lediglich für die Gyroresonanz selbst ($x_J = 1$) gilt dies nicht mehr, was aber bedeutungslos ist, da gerade bei der Resonanz die Verluste nicht vernachlässigt werden dürfen. Wichtig ist vielmehr, daß die obigen Ansätze unter der Voraussetzung $|z_E^2| \ll 1$, d.h. $\omega, \nu_E \ll \Omega_E$ gelten, da ja die in Abschnitt 2b diskutierten Näherungen benutzt wurden.

Wenn Gl. (37) erfüllt ist, kann also die Größe δ in den Gln. (35) vernachlässigt werden, und man erhält zwei getrennte (entkoppelte) Wellentypen:

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } E\text{-Typ mit } \gamma_1^2 &= \epsilon_{xx} \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2}{\epsilon_z} \right) \text{ und den} \\ \text{Feldkomponenten } E_z, E_x, H_y; \\ \text{b) } H\text{-Typ mit } \gamma_2^2 &= \epsilon_{xx} \frac{\omega^2}{c^2} - m^2 \text{ und den} \\ \text{Feldkomponenten } H_z, H_x, E_y. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Im folgenden interessiert nur der E -Typ, da bei den hier betrachteten relativ niedrigen Frequenzen der H -Typ jedenfalls sehr stark gedämpft ist, wegen $m^2 > \epsilon_{xx} \frac{\omega^2}{c^2}$, d.h. γ_2 wird nahezu rein imaginär.

Für den E -Typ ergibt sich mit den Gln. (10), (36) und (38)

$$\gamma_1^2 \frac{c^2}{\omega^2} = n_1^2 = \left(\frac{A}{x} \right)_J \frac{x_J}{1 - x_J^2} \left[1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_{0E}} \right)^2 \left(1 - j \frac{\nu_E}{\omega} \right) \right]. \quad (39)$$

Die Größe n_1 entspricht dann sinngemäß und formal wieder dem früher eingeführten Brechungsindex (normierte Ausbreitungskonstante).

Für tiefste Frequenzen und Ionenstoßzahlen, $\omega, \nu_J \ll \Omega_J$, wo also auch in einer unbegrenzten Anordnung Entkopplung herrscht, geht Gl. (39) über in

$$n_1^2 \approx \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)_J^2 \left(1 - j \frac{\nu_J}{\omega} \right) \left[1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_{0E}} \right)^2 \left(1 - j \frac{\nu_E}{\omega} \right) \right]. \quad (39a)$$

für die kritische Frequenz ω_g ergibt sich in bekannter Weise aus den Grenzbedingungen

$$\omega_g = \frac{g\pi c}{h}$$

(g = ganze Zahl, h = Abstand der leitenden Begrenzungen).

Bei Vernachlässigung der Verluste ($\nu = 0$, $x_J = \omega/\Omega_J$) entsteht aus Gl. (39)

$$n_1^2 = \frac{A_J}{1 - x_J^2} \left[1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_0 E} \right)^2 \right], \quad (39b)$$

und die Phasengeschwindigkeit der Welle wird mit $A_J = c \cdot (\Omega/\omega_0)_J$

$$v_p = \frac{c}{n_1} = v_{AJ} \sqrt{\frac{1 - x_J^2}{1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_0 E} \right)^2}}.$$

Für die Wellenlänge erhält man

$$\lambda = \frac{2\pi v_p}{\omega},$$

oder mit $\omega_g \gg \omega_0 E$

$$\lambda \approx \frac{2h}{g} \frac{\omega_0 E}{\omega_0 J} \sqrt{1 - x_J^2}.$$

Die tatsächlichen Verhältnisse sind wesentlich durch die Dämpfung beeinflusst. Da es sich im vorliegenden Fall um Felder mit einer elektrischen Feldkomponente in Ausbreitungsrichtung, d.h. parallel zum aufgetragten Magnetfeld, handelt, spielt nicht nur die sonst im Bereich niedriger Frequenzen hauptsächlich maßgebliche Ionenstoßzahl ν_J eine Rolle, sondern auch die höher liegende Elektronenstoßzahl ν_E , wie man aus Gl. (39) ersieht. Man kann n_1^2 in Gl. (39) zur Diskussion des Einflusses der Stoßzahlen zerlegen in einen Ionen-Anteil

$$\epsilon_{xx} = \left(\frac{A}{x} \right)_J \frac{z_J}{1 - z_J^2} = \left(\frac{A}{x} \right)_J \cdot R \cdot e^{-j\vartheta}, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi \quad (40)$$

und einen Elektronen-Anteil

$$1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_0 E} \right)^2 \left(1 - j \frac{\nu_E}{\omega} \right) = Q \cdot e^{-j\psi}, \quad (41)$$

wobei

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\left(\frac{\omega_g}{\omega_0 E} \right)^2 \cdot \frac{\nu_E}{\omega}}{1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_0 E} \right)^2}, \quad \text{mit } 0 \leq \psi < \frac{\pi}{2} \quad (42)$$

ist. Somit wird

$$n_1 = \sqrt{\left(\frac{A}{x} \right)_J R Q \cdot e^{-j\frac{1}{2}(\vartheta + \psi)}}. \quad (43)$$

Vergleicht man wieder wie in Abschnitt 3.1b Wellenlänge und Dämpfungsstrecke, so ergibt sich aus Gl. (43)

$$\lambda \alpha = \frac{\lambda}{D} = 2\pi \left| \frac{\operatorname{Im}(n_1)}{\operatorname{Re}(n_1)} \right| = 2\pi \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\vartheta + \psi), \quad (44)$$

und die Amplitude fällt innerhalb einer Wellenlänge um den Faktor $e^{-\lambda \alpha}$ ab.

Die für den Ionenanteil, Gl. (40), wesentliche komplexe Funktion

$$w = \frac{z}{1 - z^2} = R e^{-j\vartheta} \quad (45)$$

ist mit $z = x - jy = \frac{\omega - j\nu_J}{\Omega_J} = |z| e^{-j\varphi}$ in Abb. 8a und b dargestellt. Sie bildet den in Frage kommenden IV. Quadranten der z -Ebene in die untere w -Halbebene ab, und zwar den Bereich $|z| < 1$ in den IV. w -Quadranten, den Bereich $|z| > 1$ in den III. w -Quadranten. Aus Gl. (45) ergibt sich ferner der „Ionen-Drehwinkel“

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1 + |z|^2}{1 - |z|^2} \cdot \frac{\nu_J}{\omega} \quad \text{mit } 0 \leq \vartheta \leq \pi. \quad (46)$$

Solange nun n_1 selbst in seinem IV. Quadranten liegt, d.h. $\operatorname{Re}(n_1) > 0$, $\operatorname{Im}(n_1) < 0$, erhält man Wellen, deren Amplitude in Ausbreitungsrichtung exponentiell abnimmt. Hierfür gilt nach Gl. (43) die Bedingung

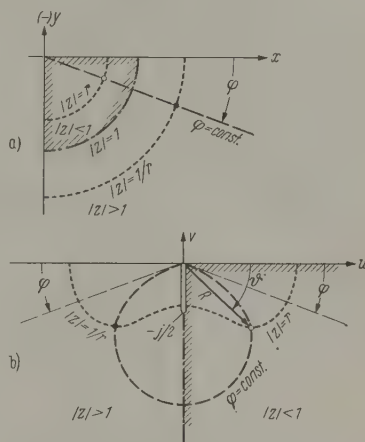


Abb. 8. Wellenausbreitung im metallisch begrenzten Plasma: Ionenanteil von n_1^2 (E -Welle), a) z -Ebene im IV. Quadranten, $z = x - jy = \frac{\omega - j\nu_J}{\Omega_J} = r \cdot e^{-j\varphi}$, $0 < \varphi < \pi/2$; b) w -Ebene im III. und IV. Quadranten, $w = u + jv = \frac{z}{1 - z^2} = R \cdot e^{-j\vartheta}$, $0 < \vartheta < \pi$

$\vartheta + \psi < \pi$, die für $|z| < 1$, d.h. $\omega^2 + \nu_J^2 < \Omega_J^2$ jedenfalls erfüllt ist, da dort nach Gl. (46) $\vartheta < \pi/2$ ist und ψ nach Gl. (42) ohnehin immer $< \pi/2$ ist.

Anders im Fall $|z| > 1$, d.h. $\omega^2 + \nu_J^2 > \Omega_J^2$, wo auch $\vartheta + \psi > \pi$ möglich ist, da hier $\vartheta > \pi/2$ ist. Ist dies der Fall, d.h. ist der „Elektronendrehwinkel“ ψ nach Gl. (42) größer als $\pi - \vartheta$, so kommt n_1 in seinen III. Quadranten zu liegen. Dort ist $\operatorname{Re}(n_1) < 0$ und auch $\operatorname{Im}(n_1) < 0$, und man erhält Wellen, die sich entgegengesetzt zur Richtung des exponentiellen Amplitudenabfalles ausbreiten (Backward Waves).

Der Fall $\vartheta + \psi = \pi$ liefert $\operatorname{Re}(n_1) = 0$, d.h. reine Dämpfung. Welcher der drei Fälle vorliegt, kann jeweils leicht an Hand der Gln. (42) und (46) entschieden werden.

Insgesamt ist zu erkennen, daß die Wellen infolge des Einflusses der Elektronenstöße jedenfalls stark gedämpft werden können. Das Verhältnis ν_E/ω kann in dem hier betrachteten Bereich relativ niedriger Frequenz groß werden, wodurch ψ nach Gl. (42) unter Umständen nahe an den Wert $\pi/2$ kommen kann. Für $\psi = \pi/2$ ergäbe sich dann selbst für $\nu_J = 0$, d.h. $\vartheta = 0$ bzw. π , nach Gl. (44) ein Wert $\lambda \alpha = 2\pi$, und die Amplitude würde innerhalb einer Wellenlänge um den Faktor $e^{-2\pi}$ abfallen, ähnlich wie bei metallischer Leitfähigkeit.

Zusammenfassung

Es wird die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in einem neutralen gedämpften Plasma mit aufgeprägtem konstantem Magnetfeld B untersucht, wobei Elektronen und positive Ionen als Ladungsträger berücksichtigt werden. Es zeigt sich, daß bei sehr niedrigen Frequenzen und Stoßzahlen ($\omega, \nu_J \ll \Omega_J$; $\omega, \nu_E \ll \Omega_E$) infolge einer Kompensation zwischen Elektronen und positiven Ionen Feldentkopplung auftritt. Von den beiden Wellentypen breitet sich der eine unabhängig vom Winkel φ zwischen Wellenormale und Magnetfeld aus mit dem allein durch die Ionen bestimmten Brechungsindex $n_0 \approx \left(\frac{\omega_0}{\Omega}\right)_J \cdot \left|1 - \frac{\nu_J}{\omega}\right|$, der andere weist Winkelabhängigkeit in der Form $n_2 \approx n_0/\cos\varphi$ auf, was von $\varphi=0$ bis zu Winkeln in der Nähe von 90° gilt. Bei höheren Frequenzen (Größenordnung der Ionen-Gyrofrequenz Ω_J) darf im unbegrenzten Plasma keine Entkopplung mehr angenommen werden, jedoch sind auch hier noch die positiven Ionen im wesentlichen für die Ausbreitungsverhältnisse maßgeblich, solange die Elektronenstoßzahl ν_E klein gegen die Elektronen-Gyrofrequenz Ω_E ist. Es werden Näherungen für Dielektrizitätskonstanten und Brechungsindizes in den interessierenden Frequenzgebieten diskutiert, wobei auf den Einfluß der Verluste, besonders in der Umgebung der „Resonanzstellen“ ($\omega \approx \Omega_J$ bei Ausbreitung parallel zum Magnetfeld B und $\omega \approx |\Omega_J \Omega_E|$ bei Ausbreitung senkrecht zu B) eingegangen wird. Zum Schluß wird für

metallisch begrenzte Plasmen gezeigt, daß Feldentkopplung selbst bei noch höheren Frequenzen ($\omega > \Omega_J$) angenommen werden kann, solange die Grenzfrequenz ω_g der Anordnung genügend hoch über der Plasma Eigenfrequenz ω_{0J} der Ionen liegt. Die Ausbreitungskonstante wird für diese Fälle hergeleitet. Es zeigt sich, daß infolge der longitudinalen elektrischen Feldkomponente neben der durch die Ionenstöße verursachten Dämpfung auch ein starker Einfluß der Elektronenstoßzahl auftritt.

Herrn Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. W. O. SCHUMANN möchte ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für sein stetes Interesse herzlich danken

Literatur: [1] SCHUMANN, W. O.: Z. angew. Phys. **10**, 42 (1958). — [2] SCHUMANN, W. O.: Z. angew. Phys. **11**, 23 (1959). — [3] SCHUMANN, W. O.: Elektrische Wellen, Kap. VII München: C. Hanser 1948. — [4] ÅSTRÖM, E.: Ark. Fysik **2** 443 (1950). — [5] RATCLIFFE, J. A.: The magneto-ionic theory and its applications to the ionosphere, p. 31. Cambridge: University Press 1959. — [6] ALFVÉN, H.: Ark. Mat. Astronom. Fysik B **29**, No. 2 (1942). — [7] ALFVÉN, H.: Cosmical electrodynamics, p. 76. Oxford: Clarendon Press 1950. — [8] KÖRPER, K.: Z. Naturforsch. **12a**, 815 (1957). — [9] Siehe [5], S. 18. — [10] BREMMER, H.: Terrestrial radio waves, p. 278. New York: Elsevier Publ. Comp. Inc. 1949. — [11] HINES, C. O.: J. Atm. Terr. Phys. **11**, 36 (1957). — [12] FEJER, J. A.: J. Atm. Terr. Phys. **18**, 135 (1960). — [13] POEVERLEIN, H.: Report Air Force Cambr. Res. Lab. Bedford, Mass. April 1959. — [14] POEVERLEIN, H.: Sitzgber. Bayer. Akad. Wiss. **1948**, 175. — [15] SCHUMANN, W. O.: Z. angew. Phys. **8**, 482 (1956). — [16] OEHL, W.: Z. angew. Phys. (im Druck).

Dr.-Ing. GERHARD SEEGER, Elektrophysikalisches Institut der Technischen Hochschule München

Mögliche Energiequellen der Ionenschwingungen im Hoch- und Ultrahochvakuum

VON NIKOLAI EBERHARDT

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 19. Juni 1961)

Einleitung

Seit 1948 wird oft über Störschwingungen in nachrichtentechnischen Elektronenröhren berichtet, die von Ionen herrühren [1] bis [14]. Die Schwingungen treten in Elektronenstrahlen höherer Raumladungsdichte auf, wie etwa in Wanderfeldröhren, Klystrons oder Endtetroden. In allseitig geschlossenen Potentialsenken oder langen Potentialrinnen können sich nämlich sogar im Ultrahochvakuum Ionenkonzentrationen ausbilden, die mit den Elektronenkonzentrationen vergleichbar sind. Es werden starke Ionenplasmaschwingungen angeregt, die ihre Energie nicht nur aus dem thermischen Rauschen beziehen.

Im Gegensatz zu den Verhältnissen in Gasentladungsplasmen sind hier die freien Weglängen größer als die Abmessungen der Entladungsgefäße. Außerdem sind schnelle gerichtete Elektronenströmungen vorhanden. Wie man in den meisten Fällen abschätzen kann, haben die Elektronen eine so hohe kinetische Energie, daß sie durch elektrische Wechselfelder der Ionenschwingung nur geringfügig aus ihrer Bahn abgelenkt werden. Das heißt, das negative Potential ist durch diese Elektronen fest vorgegeben,

in ihm vollzieht sich die Bewegung der Ionen annähernd ohne Wechselwirkung mit den Elektronen.

Es ist durchaus noch ungeklärt, woher diese Schwingungen ihre Energie beziehen. Ein möglicher Mechanismus ist von R. L. JEPSEN [6] postuliert worden. Die unter sehr speziellen Bedingungen schon vorher von PIERCE [1] gefundene Entdämpfung beruht auf dem gleichen Mechanismus. Wir wollen noch zwei weitere Energiequellen aufzeigen. Nur zukünftige experimentelle Untersuchungen können ergeben, welchem Ansatz schließlich der Vorzug gegeben werden muß.

Liste der verwendeten Symbole

- β Ausbreitungskonstante
- D Direktionskraft
- E Elektrische Feldstärke
- e Elementarladung
- ϵ_0 Elektrostatische Grundkonstante
- η e/m -Verhältnis eines Elementarteilchens
- I Strom
- i Stromdichte
- K Kraft

- m Masse
 N Mit Index. Konzentration der durch Index angezeigten Teilchenart
 ω_+ Plasmafrequenz eines reinen Ionenplasmas
 ω Kreisfrequenz allgemein
 P Leistung
 ρ Raumladungsdichte
 \bar{U} Spannung
 v Geschwindigkeit
 W Energie

Indizes:

- $-$ Indizierte Größe bezieht sich auf ein Elektron
 $+$ Indizierte Größe bezieht sich auf ein Ion
 max Räumlicher Maximalwert.

Überstreichungen:

- $—$ Zeitlich konstanter Anteil
 \sim Wechsellanteil
 \wedge Zeitlicher Maximalwert.

1. Die Hypothese von R. L. JEPSEN

JEPSEN macht den bekannten, auf LANGMUIR [17] zurückgehenden Ansatz aus Bewegungsgleichung, Kontinuitätsgleichung und Poissonscher Gleichung in einem ruhenden Plasma. Nach einer Linearisierung ergibt sich bekanntlich eine Schwingung der Plasmafrequenz $\omega_+ = \left(\frac{\eta_+}{\epsilon_0} \rho_+ \right)^{\frac{1}{2}}$ mit beliebig wählbarer räumlicher Amplitudenverteilung.

Handelt es sich um ein durch langsame Elektronen vollständig neutralisiertes Plasma ($\rho_+ = \rho_- = \rho$), so erhält man durch zusätzliche Einführung von Bewegungs- und Kontinuitätsgleichung der Elektronen die Plasmafrequenz $\omega = \left[\frac{e}{\epsilon_0} \rho \left(\frac{1}{m_+} + \frac{1}{m_-} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$. Diese wäre bei Elektronen der Gleichgeschwindigkeit null hauptsächlich durch das Glied $1/m_-$ bestimmt. Die eingangs diskutierte Steifigkeit der Bahnen schneller Elektronen wird nun durch die Einführung einer gegen die Ionenmasse großen „effektiven“ Elektronenmasse berücksichtigt. Jetzt stellt aber $1/m_-$ nur noch eine kleine Korrektur der reinen Ionenplasmafrequenz dar und beeinflusst das Endergebnis in keiner Weise. Wir werden darum bei unseren Ableitungen auf solche Korrekturen von vornherein verzichten.

Das Hauptergebnis von JEPSEN ist folgendes: Man betrachtet eine ebene, unendlich ausgedehnte Ionenplasma-schwingung, die in z -Richtung eine Feldstärke

$$\tilde{E}_z = \hat{E}_{\text{max}} \cos \beta z \cos \omega t \quad (1)$$

hat. In z -Richtung werde sie von einer Elektronenstromung durchlaufen. Bei endlichen Laufwinkeln der Elektronen wird sich eine Energiewechselwirkung vollziehen. Berücksichtigt man nur eine räumliche Periode, so ergibt sich als mittlerer Energieverlust \bar{W}_e eines Elektrons

$$\bar{W}_e = - \frac{1}{\beta^2 \pi^2} \left(\frac{\hat{E}_{\text{max}}}{\bar{U}} \right)^2 \Phi^2. \quad (2)$$

Darin ist \bar{W}_e die kinetische Energie des ankommenden Elektrons, \bar{U} die Voltgeschwindigkeit und $\Phi = \frac{\omega \pi}{\beta \sqrt{2\eta_- \bar{U}}}$ der Laufwinkel.

Der Laufwinkel wird im allgemeinen sehr klein sein; damit ist auch der Energieübergang auf das Feld

klein. Für oder gegen diese Hypothese existieren bis jetzt keinerlei schlüssige Experimente. Darum scheint es nützlich, noch nach anderen gleichwertigen Möglichkeiten zu suchen.

2. Hypothese der Phaseneinsortierung

Wir stellen uns Ionen vor, die in einem Potential-durchgang schwingen und fragen, ob etwa das Potential so geartet sein kann, daß von selbst aus einer ungeordneten Schwingung eine gleichphasige wird. Zu diesem Zweck nehmen wir an, daß eine geordnete Ionenschwingung schon bestehe. Zu einer beliebigen Zeit an einem beliebigen Ort soll nun durch Elektronenstoß ein neues Ion entstehen. Wenn wir von

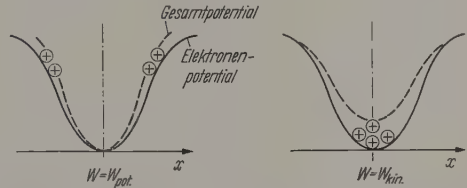


Abb. 1. Ionenbewegung in einem, z. B. durch schnelle Elektronen, fest vorgegebenen Potentialdurchgang und dadurch verursachte Deformation des Gesamtpotentials

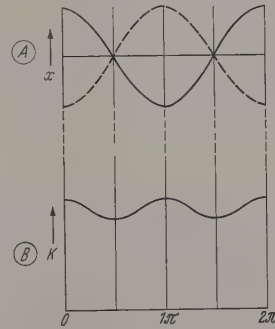


Abb. 2. Zusammenhang zwischen rücktreibender Kraft K und Auslenkung X der schwingenden Ionen nach Abb. 1

diesem Ion nachweisen könnten, daß es nach einer gewissen Einschwingzeit die Schwingung der übrigen Ionen mit gleicher Phase und Amplitude mitmacht, so wäre die Frage bejaht.

Die Schwingungsenergie würde dann (ähnlich wie bei den Barkhausen-Schwingungen) jedes Teilchen selbst mitbringen, sofern es an einer Stelle höheren Potentials entstanden ist.

Das Potential, in dem die Ionen schwingen, ist sicher nicht exakt parabolisch, die Schwingung also nichtlinear. Außerdem erfährt das betrachtete Teilchen im Verlaufe seiner Schwingung eine periodische Änderung der rücktreibenden Kraft, herrührend von der schon vorhandenen geordneten Bewegung der übrigen Ionen, die das Potential deformieren. Solche heteronome nichtlineare Systeme sind bis jetzt nur in Sonderfällen einer analytischen Behandlung zugänglich. Wir werden uns daher mit Näherungsgleichungen begnügen müssen.

Wir nehmen im folgenden an, daß Nichtlinearität und zeitliche Potentialschwankung klein sind. Die Ionen sollen in einem in Abb. 1 gezeichneten Modus schwingen. Das Potential (dick gezeichnet) würde dann im Verlaufe der Schwingung in der gestrichelt gezeichneten Weise deformiert werden. In Abb. 2

können wir daher unter der Auslenkung der schon schwingenden Ionen (Kurve A) die damit verbundene zeitliche Änderung der rücktreibenden Kraft für das betrachtete einzelne Ion (Kurve B) aufzeichnen. Würden wir die Bewegung dieses Ions im eingeschwungenen Zustand annähernd durch $x = \hat{x} \cos(\omega_1 t + \varphi)$ beschreiben, so wäre also $\varphi = m\pi$; $m = 0, 1, 2$, eine in die übrige Schwingung eingeordnete

gers $W = \frac{\bar{D}}{2} \hat{x}^2$ erhalten wir dann:

$$\hat{x} = \left(\frac{2W}{\bar{D}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Das Teilchen wird annähernd der harmonischen Bewegungsgleichung

$$x = \hat{x} \cos[\omega_1 t + \varphi(\tau)] \quad (6)$$

gehören. Mit $\varphi(\tau)$ meinen wir eine gegen die Schwingungsdauer langsame zeitliche Änderung der Phase. Die Frequenz ω_1 wird nie viel von ω_0 abweichen; es ist also sinnvoll, $\varphi(\tau)$ als mittlere Phase zwischen beiden Schwingungen anzusehen und danach zu fragen, wie groß die Energie ΔW ist, die das betrachtete Teilchen während einer Periode seiner Schwingung durch das zeitabhängige Glied $\hat{D} \cos 2\omega_0 t$ der rücktreibenden Kraft erhält (oder verliert). Genau wie die Phase wird sich auch diese Energie mit der Zeit langsam ändern. Wir können also schreiben

$$\Delta W = \frac{dW}{d\tau} T_0 = \int K dx$$

mit der Schwingungsdauer $T_0 = 2\pi/\omega_0$. Das Integral ist über die Bahn einer ganzen Periode von $\omega \approx \omega_0 \approx \omega_1$

zu erstrecken. Mit Gl. (3) und nach einer Differentiation von Gl. (6) wird daraus:

$$\frac{dW}{d\tau} T_0 = \hat{x}^2 \omega \int_0^{2\pi/\omega} (\bar{D} + \hat{D} \cos 2\omega t) \cos(\omega t + \varphi) \times \sin(\omega t + \varphi) dt \quad (7)$$

und nach Ausführung der Integration

$$\frac{dW}{d\tau} T_0 = \frac{\pi \hat{D} \hat{x}^2}{2} \sin 2\varphi(\tau). \quad (8)$$

Die momentane Phase $\varphi(\tau)$ wird sich nach

$$\varphi(\tau) = (\omega_1 - \omega_0) \tau \quad (9)$$

mit der Zeit langsam ändern. Zusammen mit Gl. (4) wird daraus

$$\varphi(\tau) = \nu(W_0 - W) \tau. \quad (10)$$

Diese Gleichung ergibt nun mit Gl. (8) und (5) eine Differentialgleichung in W :

$$\frac{dW}{d\tau} = \frac{\pi \hat{D}}{\bar{D} T_0} W \sin 2\nu(W_0 - W) \tau. \quad (11)$$

Sie beschreibt die zeitliche Änderung der Schwingungsenergie des betrachteten Teilchens, sofern sich diese während einer Periode nur wenig ändert.

In Abb. 3 ist das durch Gl. (11) bestimmte Richtungsfeld aufgezeichnet¹. Die Hyperbeläste sind Isoklinen mit $dW/d\tau = 0$, bestimmt durch die Gleichung $2\nu(W_0 - W)\tau - n\pi$; $n = 0, 1, 2, \dots$

Auf diesen Linien gilt aber auch wegen Gl. (10) $2\varphi = n\pi$; jede zweite Linie mit $\varphi = m\pi$; $m = 0, 1, 2, \dots$, ist also laut obiger Diskussion gerade der Ort der günstigen Phase. Aus dem Richtungsfeld und einigen eingezeichneten Lösungskurven ist sofort ersichtlich, daß jede Lösung asymptotisch gegen diese Linien

¹ Die Konstanten sind darin mehr oder weniger willkürlich gewählt, sie geben die Verhältnisse im Elektronenstrahl einer vom Verfasser experimentell untersuchten Wanderfeldröhre wieder.

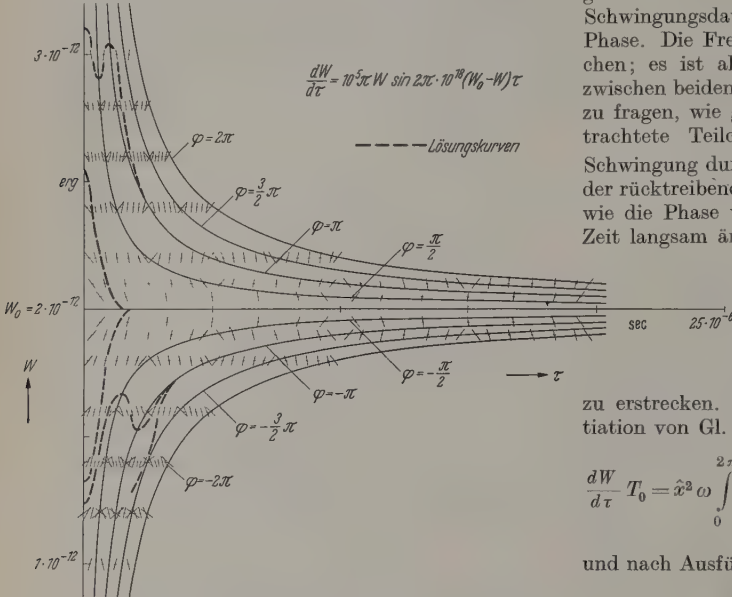


Abb. 3. Richtungsfeld und einige Lösungskurven der Differentialgleichung der Schwingungsenergie

günstige Phase. Für die zeitlich veränderliche rücktreibende Kraft schreiben wir entsprechend Abb. 2

$$K = (\bar{D} + \hat{D} \cos 2\omega_0 t) x + 0(x) x, \quad (3)$$

wobei ω_0 die Frequenz der schon schwingenden Ionen ist. \hat{D} soll verabredungsgemäß klein gegen \bar{D} sein. x ist die Auslenkung aus der Ruhelage. Die kleine Nichtlinearität $0(x)$ wollen wir in dieser Gleichung vernachlässigen. Sie wird statt dessen dadurch berücksichtigt, daß die Frequenz des betrachteten Teilchens von der Schwingungsenergie abhängig ist, nach einer Gleichung

$$\omega_1 = \omega_0 + \nu(W_0 - W) + \Omega(\varphi, t). \quad (4)$$

Hier unterdrücken wir wieder den Einfluß der zeitlichen Potentialschwankung Ω , die ja durch Gl. (3) schon beschrieben ist. ν sei derart gewählt, daß im betrachteten Bereich von $(W_0 - W)$ stets gilt: $\nu(W_0 - W) \ll \omega_0$. Wenn die Schwingungsenergie $W = W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}}$ einen bestimmten Wert W_0 annimmt, gilt also $\omega_1 = \omega_0$. Dann schwingt das betrachtete Teilchen genau mit der Frequenz der schon bestehenden Schwingung.

Die Gl. (4) fordert eine spezielle Form des Potentialverlaufs, der aber wegen der Kleinheit von ν nicht viel vom parabolischen Potential abweichen wird. Aus der Schwingungsenergie eines harmonischen Schwin-

günstiger Phase strebt und alle Lösungen zusammen gegen W_0 .

Damit ist gezeigt, daß ein einzelnes Teilchen, das zu einer beliebigen Zeit an einer beliebigen Stelle des Potentialtopfes gebildet wird, automatisch die geordnete Bewegung der übrigen Teilchen mitmacht. Ionen, die im Gebiet $0 < x < \left(\frac{2W_0}{D}\right)^{\frac{1}{2}}$ entstehen, werden dabei Energie aufnehmen, Ionen aus dem Gebiet $x > \left(\frac{2W_0}{D}\right)^{\frac{1}{2}}$ werden der Schwingung Energie zuführen. Wenn die geometrischen Verhältnisse es zulassen, daß die Ionen im Mittel an einem Ort entstehen, dessen Potential um ΔU höher liegt als das der Auslenkung $\hat{x} = \left(\frac{2W_0}{D}\right)^{\frac{1}{2}}$ entsprechende Potential, so wird insgesamt Leistung zugeführt. Die Größe dieser Leistung wird einfach durch

$$P = \Delta U I_+ \quad (12)$$

gegeben sein, wobei I_+ die gesamte Einstromung an Ionen ist. An welcher Stelle die Ionen die Schwingung wieder verlassen, geht nicht ein, denn die eigene Schwingungsenergie W_0 nimmt jedes Ion stets mit, ob in Form kinetischer oder potentieller Energie.

Hätten wir übrigens eine Nichtlinearität anderen Vorzeichens gewählt, also in Gl. (4) ein Minuszeichen vor dem Korrekturglied $\nu(W_0 - W)$, was einem Potentialverlauf entsprechen würde, der steiler als quadratisch ansteigt, so hätte sich auch das Vorzeichen in Gl. (10) umgedreht, und unsere Lösung hätte sich asymptotisch gegen die durch $\varphi = \frac{m\pi}{2}$; $m = 1, 3, 5, \dots$, bestimmten Hyperbeln bewegt. Diese sind aber Orte ungünstiger Phasen. Wir sehen also, daß eine geordnete Ionenschwingung nach unserer Hypothese nur bei einem Potentialverlauf auftreten kann, der flacher als quadratisch ist.

Wir müssen noch bemerken, daß eine analytische Behandlung des Verhaltens der Lösungen von Gl. (11) durchaus möglich erscheint. Sie müßte davon ausgehen, daß auf den Isoklinen größte Steigung von einem bestimmten Wert τ an diese Steigung stets größer ist als die Steigung der Isokline selbst. (Dies gilt für das Gebiet $W < W_0$.) Die Lösungskurve wird also von dieser Isokline und der benachbarten Isokline nullter Steigung bis zu beliebig großen Werten von τ eingeschlossen.

3. Hypothese der höheren Ionisation

Wir betrachten jetzt eine ebene, unendlich ausgedehnte Schwingung des Ionenplasmas. Dabei richten wir unser Augenmerk besonders auf die ionisierenden Stöße, die laufend zwischen Ionen und Strahlenelektronen stattfinden und zu höheren Ionisationsstufen führen. Wir müssen uns auf Ionisationsvorgänge der Art

$$A^{n+} \rightarrow A^{(n+1)+} + \text{Elektron}$$

beschränken. Dissoziative Vorgänge, also etwa bei Stickstoff der Übergang $N_2^+ \rightarrow N^+ + N^*$ (* = angeregter Zustand), und dissoziative Ionisation können wir nicht berücksichtigen.

Über die Ionisationsquerschnitte von Ionen ist nur sehr wenig bekannt. Das Wenige ist etwa in [15] zusammengetragen. Es gibt jedoch nach ELWERT [16] eine Interpolationsformel, die von KNORR [15] noch

erweitert wird. Diese Formel ist in der Lage, so weit auseinanderliegende Vorgänge wie die Ionisation der K-Schale des Hg und von H_2 richtig wiederzugeben. Danach ist der reduzierte Ionisationsquerschnitt

$$q_{\text{red}} = \frac{q}{\pi a_0^2 \zeta (\chi_H / \chi_n)^2}$$

lediglich eine Funktion der Voltgeschwindigkeit der stoßenden Elektronen; a_0 Elektronenbahnradius des Wasserstoffs; ζ Anzahl der Elektronen in der äußeren Schale; χ_H, χ_n Ionisationsenergie von Wasserstoff bzw. des betrachteten Ions.

Also können wir den Ionisationsquerschnitt q_0 des Neutralteilchens und q_1 des einfachen Ions ins Verhältnis setzen:

$$\frac{q_1}{q_0} = \frac{\zeta_1}{\zeta_0} \left(\frac{\chi_0}{\chi_1} \right)^2.$$

Zur späteren Verwendung bringen wir den daraus erhaltenen Querschnitt für N^+ . Nach [18] ist q_0 von N_2 gleich $8,3 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^2$. Für q_1 von N^+ bekommen wir dann

$$q_1 = 8,3 \cdot 10^{-17} \frac{4}{5} \left(\frac{15,7}{29,6} \right)^2 \text{ cm}^2 = 1,86 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^2.$$

Aus Darstellungsgründen wollen wir zunächst allgemein n Ionisationsstufen betrachten. ϱ_s soll der Raumladungsanteil der bis zur s -ten Stufe ionisierten Ionen sein. Für jede Ionensorte können wir in einem im Mittel ruhenden Plasma eine Bewegungsgleichung anschreiben:

$$\frac{\delta \tilde{v}_s}{\delta t} = s \eta_s \tilde{E}; \quad s = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (13)$$

Nun stellen wir die Kontinuitätsgleichung auf. Wir müssen berücksichtigen, daß laufend neue A_{s+1} -Ionen aus A_s -Ionen entstehen. Bei jedem Elementarakt wird neben der positiven Ladung auch ein Elektron frei. Wir wollen jedoch ein System betrachten, in dem die abgespaltenen Elektronen keine Rolle spielen, weil sie in einer Zeit, die kurz gegen die Ionenschwingungsperiode ist, aus dem schwingenden Bereich verschwunden sind. Sie tragen zur örtlichen Wechselraumladung nicht wesentlich bei.

Die laufende Erzeugung von A_s -Ionen gehorcht der Gleichung:

$$\left(\frac{dN_s}{dt} \right)_{\text{Erz}} = q_{s-1} N_{s-1} N_{e-}. \quad (14)$$

Für die Vernichtung der A_s -Ionen gilt dann offensichtlich

$$\left(\frac{dN_s}{dt} \right)_{\text{Vern}} = - \left(\frac{dN_{s+1}}{dt} \right)_{\text{Erz}} = - q_s N_s N_{e-}. \quad (15)$$

Führen wir nun die Raumladungsdichte $\varrho_s = s e N_s$ und die Elektronen-Konvektionsstromdichte $i_- = N_{e-} v_{e-}$ ein, so ergibt sich daraus die gesamte durch Stoßionisation von A_s -Ionen bewirkte Raumladungsänderung:

$$\left(\frac{d\varrho_s}{dt} \right)_{\text{Stoß}} = \frac{i_-}{e} \left(\frac{s}{s-1} q_{s-1} \varrho_{s-1} - q_s \varrho_s \right) \quad (16)$$

$s = 1, 2, \dots, n$

mit der Definition

$$\varrho_0 = e N_0; \quad q_n = 0 \quad \text{und} \quad \frac{s}{s-1} = 1 \quad \text{für} \quad s = 1.$$

Nun können wir die Kontinuitätsgleichung anschreiben, indem wir die durch Gl. (16) beschriebene zusätzliche Raumladungsänderung berücksichtigen:

$$\operatorname{div}(\varrho_s \tilde{v}_s) + \frac{\delta[\varrho_s - \varrho_{s, \text{Stoß}}]}{\delta t} = 0 \quad (17)$$

oder umgeschrieben

$$\operatorname{div}(\varrho_s \tilde{v}_s) + \frac{\delta \varrho_s}{\delta t} = \frac{i_-}{e} \left(\frac{s}{s-1} \varrho_{s-1} \varrho_{s-1} - \varrho_s \varrho_s \right) \quad (18)$$

mit den zusätzlichen Definitionen von Gl. (16).

Außerdem brauchen wir noch die Poissonsche Gleichung:

$$\frac{\delta \tilde{E}}{\delta x} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{l=1}^n \tilde{Q}_l. \quad (19)$$

Nun differenzieren wir die Bewegungsgleichungen (13) nach x

$$\frac{\delta^2 \tilde{v}_s}{\delta t \delta x} = s \eta_+ \frac{\delta \tilde{E}}{\delta x} \quad (20)$$

und die Kontinuitätsgleichungen (18) nach t unter gleichzeitiger Vernachlässigung der Produkte zweier Wechselgrößen:

$$\tilde{Q}_s \frac{\delta^2 \tilde{v}_s}{\delta t \delta x} + \frac{\delta^2 \tilde{Q}_s}{\delta t^2} = \frac{s}{s-1} \frac{i_-}{e} \varrho_{s-1} \frac{\delta \tilde{Q}_{s-1}}{\delta t} - \frac{i_-}{e} \varrho_s \frac{\delta \tilde{Q}_s}{\delta t}. \quad (21)$$

Wir eliminieren $\frac{\delta^2 \tilde{v}_s}{\delta t \delta x}$ und $\frac{\delta \tilde{E}}{\delta x}$ aus den Gln. (19), (20), (21) und erhalten:

$$\left. \begin{aligned} s \tilde{Q}_s \frac{\eta_+}{\varepsilon_0} \sum_{l=1}^n \tilde{Q}_l + \frac{\delta^2 \tilde{Q}_s}{\delta t^2} \\ = \frac{s}{s-1} \frac{i_-}{e} \varrho_{s-1} \frac{\delta \tilde{Q}_{s-1}}{\delta t} - \frac{i_-}{e} \varrho_s \frac{\delta \tilde{Q}_s}{\delta t} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

mit

$$\frac{s}{s-1} = 1 \quad \text{für } s=1 \quad \text{und} \quad \varrho_0 = e N_0; \quad q_n = 0.$$

Jetzt definieren wir $\varrho = \sum_{k=1}^n \varrho_k$ und erhalten durch Addition aller Gleichungen (22)

$$\begin{aligned} \tilde{Q} \frac{\eta_+}{\varepsilon_0} \sum_{k=1}^n k \tilde{Q}_k + \frac{\delta^2 \tilde{Q}}{\delta t^2} \\ = \frac{i_-}{e} \sum_{s=1}^n \frac{s}{s-1} \varrho_{s-1} \frac{\delta \tilde{Q}_{s-1}}{\delta t} - \frac{i_-}{e} \sum_{s=1}^n \varrho_s \frac{\delta \tilde{Q}_s}{\delta t}. \end{aligned}$$

Nun ist aber $\delta \varrho_0 / \delta t = 0$ und $q_n = 0$, also lautet die rechte Seite:

$$\frac{i_-}{e} \sum_{s=2}^n \frac{s}{s-1} \varrho_{s-1} \frac{\delta \tilde{Q}_{s-1}}{\delta t} - \frac{i_-}{e} \sum_{s=1}^{n-1} \varrho_s \frac{\delta \tilde{Q}_s}{\delta t}.$$

Nach der Indextransformation $s = k+1$ bei der ersten Summe und $s = k$ bei der zweiten ergibt sich

$$\tilde{Q} \frac{\eta_+}{\varepsilon_0} \sum_{k=1}^n k \tilde{Q}_k - \frac{i_-}{e} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} \varrho_k \frac{\delta \tilde{Q}_k}{\delta t} + \frac{\delta^2 \tilde{Q}}{\delta t^2} = 0. \quad (23)$$

Das ist die Differentialgleichung einer anwachsenden Schwingung. Räumliche Verteilungen der Amplitude

können, wie zu erwarten war, beliebig vorgegeben werden, denn es handelt sich um ein ruhendes Plasma.

Wenn wir nur die Ionisation von der ersten in die zweite Stufe berücksichtigen, können wir die Lösung sofort angeben. Für $n=1$ lautet nämlich die Gl. (23):

$$\frac{\eta_+ \tilde{Q}}{\varepsilon_0} + \frac{\delta^2 \tilde{Q}}{\delta t^2} = \frac{i_-}{e} \varrho_1 \frac{\delta \tilde{Q}}{\delta t}. \quad (24)$$

Diese Differentialgleichung hat im Falle $\frac{\eta_+ \tilde{Q}}{\varepsilon_0} > \frac{i_-^2}{2e^2} \varrho_1^2$ die Lösung

$$\tilde{Q} = B \exp \alpha t \cdot \exp j \omega t \quad (25)$$

mit

$$\alpha = \frac{i_-}{2e} \varrho_1 \quad \text{und} \quad j \omega = \left(\frac{i_-^2}{2e^2} \varrho_1^2 - \frac{\eta_+ \tilde{Q}}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}},$$

also eine anwachsende Schwingung mit annähernd der Plasmafrequenz. Wir müssen uns diese Schwingungsanfachung offenbar so vorstellen, daß an Stellen momentaner hoher Ionendichte stets mehr positive Ladungen durch Elektronenstoß erzeugt werden als an Stellen momentaner niedriger Dichte. Dadurch verstärken sich die Unterschiede von selbst.

Von dieser Schwingung in z -Richtung betrachten wir nur das Stück von $z=0$ bis $z=l$. Darin soll eine Wechselraumladung der Form

$$\tilde{Q} = A \cos \beta z \cdot \exp \alpha t \cdot \exp j \omega t \quad \text{mit} \quad \beta = \frac{\pi}{l} \quad (26)$$

anwachsen. Für die elektrische Feldstärke können wir dann schreiben

$$E_z = \hat{E} \exp j \omega t \quad \text{mit} \quad \hat{E} = \frac{A}{\varepsilon_0 \beta} \sin \beta z \cdot \exp \alpha t. \quad (27)$$

Die Schwingungsenergie erhalten wir, indem wir den Energieinhalt des Feldes \hat{E} berechnen. Dabei nehmen wir nur das Volumen, das von den Eckpunkten $(0, 0, 0)$, $(d, 0, 0)$, $(0, d, 0)$, $(d, d, 0)$ und $(d, 0, l)$, $(0, d, l)$, (d, d, l) eingeschlossen wird:

$$-W = \varepsilon_0 d^2 \int_0^l \hat{E}^2 dz \quad (28)$$

und ausintegriert

$$W = \frac{\pi A^2 d^2}{2 \varepsilon_0 \beta^3} \exp 2 \alpha t. \quad (29)$$

Dieser zeitliche Energiezuwachs entspricht der Leistung:

$$P = \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{i_- \varrho_1 \pi d^2 A^2}{\beta^3 e \varepsilon_0} \exp 2 \alpha t$$

oder, wenn wir $\hat{E}_{\max} = \frac{A}{\varepsilon_0 \beta} \exp \alpha t$ die augenblickliche maximale Amplitude der Ionenschwingung nennen,

$$P = \frac{i_- \varrho_1 \varepsilon_0 l d^2}{e} \hat{E}_{\max}^2. \quad (30)$$

P ist also die einer Ionenschwingung der maximalen Amplitude \hat{E}_{\max} nach unserer Hypothese zugeführte Leistung.

4. Vergleich der nach den verschiedenen Hypothesen der Schwingung zugeführten Leistungen

Wir betrachten ein nach allen Seiten unendlich ausgedehntes ruhendes Plasma, das in z -Richtung von einer Elektronenströmung mit $U=1200$ V und der

Konvektionsstromdichte $i_- = 1 \frac{A}{cm^2}$ durchlaufen werde.
Das Plasma sei neutral, also

$$\bar{q}_- = \bar{q}_+ = \frac{i_-}{\sqrt{2\eta_- U}} = 0,5 \cdot 10^{-9} \frac{A \cdot sec}{cm^3}$$

Von diesem Plasma nehmen wir das von $x=y=z=0$ und $x=y=z=1$ cm eingeschlossene Volumen. Darin soll eine Ionenschwingung

$$\tilde{q} = 0,1 \bar{q}_+ \sin \beta z \cdot \cos \omega t \quad \text{mit} \quad \beta = 2\pi \text{ cm}^{-1} \quad (31)$$

auftreten. Für das Stickstoffion ergibt das eine Plasmafrequenz

$$\omega_+ = \sqrt{\frac{\bar{q}_+ \eta_+}{\epsilon_0}} = 1,3 \cdot 10^7.$$

Das führt zu einem Laufwinkel der Elektronen von $\Phi = 6,5 \cdot 10^{-3}$. Zu Gl. (31) gehört die Feldstärke

$$\tilde{E} = \hat{E}_{\max} \cos \beta z \cdot \cos \omega t$$

mit

$$\hat{E}_{\max} = - \frac{0,1 \bar{q}_+}{\epsilon_0 \beta} = 90 \frac{V}{cm}.$$

Diese Daten geben nach der Jepsenschen Hypothese [Gl. (2)]

$$\frac{W}{W_0} = 6,15 \cdot 10^{-10}.$$

Für W/W_0 können wir aber auch schreiben P/P_- , wobei P_- die gesamte von den Elektronen mitgebrachte Leistung ist und P die abgegebene. Also:

$$P = \bar{U} I_- 6,15 \cdot 10^{-10} = 7,4 \cdot 10^{-7} W.$$

Nehmen wir die Hypothese der zweiten Ionisation [Gl. (30)], so ergibt sich mit denselben Daten

$$P = 0,85 \cdot 10^{-7} W.$$

Dabei haben wir den Ionisationsquerschnitt $q_1 = 1,86 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^2$ gesetzt (s. Abschn. 3).

Schließlich berechnen wir die von der Hypothese der Phaseinsortierung gelieferte Leistung. Die Ioneneinströmung in das betrachtete Volumen von 1 cm³ beträgt:

$$I_+ = \frac{dN_+}{dt} e = q_0 N_0 q_- v_- = 1,2 \cdot 10^{-7} A.$$

Nehmen wir ein von den Ionen durchlaufenes Potential ΔU von nur 5 V an, so haben wir bereits

$$P = \Delta U \cdot I_+ = 6 \cdot 10^{-7} W.$$

Alle drei Mechanismen liefern also vergleichbare Leistungen.

Zusammenfassung

In verschiedenen Verstärkerröhren werden seit einiger Zeit immer wieder störende Ionenplasma-schwingungen beobachtet. Es werden zwei neue Mechanismen der Anfachung dieser Schwingungen aufgezeigt. Der erste beruht auf einer Phaseinsortierung der Teilchen, die in einem Potentialtopf mit nichtlinearem Kraftgesetz schwingen und sich gegenseitig abstoßen. Es besteht eine Ähnlichkeit mit dem Mechanismus der bekannten Barkhausen-Schwingungen.

Die zweite Möglichkeit ist gegeben, wenn Ionen stufenweise höher ionisiert werden. Im Verlaufe der Plasmawicklung finden dann an den Stellen höherer momentaner Ionendichte mehr ionisierende Stöße statt als an den Stellen geringerer Dichte. Dadurch entsteht eine Entdämpfung.

Literatur: [1] PIERCE, J.R.: J. Appl. Phys. **19**, 231 (1948). — [2] HERNQVIST, K.G.: Proc. Inst. Radio Engrs. **39**, 1541 (1951). — [3] MORENO, T.: Some anomalous modulation effects in reflex klystrons. Tenth IRE Electron Tube Conference in Ottawa, June 1952. — [4] JEPSEN, R.L.: Some beam instabilities in klystrons. Tenth IRE Electron Tube Conference Ottawa, June 1952. — [5] WATERS, W.E.: Trans. Inst. Radio Engrs. ED-1, 216 (1954). — [6] JEPSEN, R.L.: Proc. Inst. Radio Engrs. **45**, 1060 (1957). — [7] EMELEUS, K.G., and N.R. DALY: Proc. phys. Soc. B **69**, 114 (1956). — [8] CUTLER, C.C.: Proc. Inst. Radio Engrs. **44**, 61 (1956). — [9] LINDER, E.G., and K.G. HERNQVIST: J. Appl. Phys. **21**, 1088 (1950). — [10] SMITH, N.W.W.: Proc. Inst. electr. Engrs. **105**, Part B, Suppl. No. 11, 800 (1958). — [11] MIHRAN, T.G.: Trans. Inst. Radio Engrs. ED-3, 117 (1956). — [12] LINDER, E.G.: J. Appl. Phys. **26**, 544 (1955). — [13] HERNQVIST, K.G.: J. Appl. Phys. **26**, 544 (1955). — [14] LIEBSCHER, R., and R. MÜLLER: Proc. Inst. electr. Engrs. **105**, Part B, Suppl. No. 11, 796 (1958). — [15] KNORR, G.: Z. Naturforsch. **13a**, 941 (1958). — [16] ELWERT, G.: Z. Naturforsch. **7a**, 432 (1952) (nur Referat in [15] verwendet). — [17] TONKS, L., and J. LANGMUIR: Phys. Rev. **33**, 195 (1929) [nur Referat in R. ROMPE u. M. STEENBECK, Der Plasmazustand der Gase. Ergebn. exakt. Naturw. **18** (1939)]. — [18] FLÜGGE, S.: Handbuch der Physik, Bd. 21, S. 508. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956.

Dipl.-Phys. NIKOLAI EBERHARDT,
Siemens & Halske AG, Werknervwerk für Bauelemente,
Entwicklungsabteilung der Röhrenfabrik München 8,
St.-Martin-Straße 76

Das Schwingungsverhalten eines Ultraschallquarzes

Von HARALD GOETZ und EDMUND BREITFELDER

Mit 7 Textabbildungen

(Eingegangen am 21. Juli 1961)

Ein hochfrequent angeregter Quarz führt gleichzeitig Dicken- und Querschwingungen aus, wobei je nach anregender Frequenz die eine Schwingungsart in Resonanz, die andere dagegen erzwungen auftreten kann. Die vorliegende Untersuchung beschränkt sich auf die Schwingungsformen einer runden Platte, als

Meßverfahren wurde die Ermittlung des Quarzverlust-verstandes gewählt.

Mit den Querschwingungen einer runden Platte haben sich MEISSNER [1], PETRZILKA [2] und BECHMANN [3] befaßt; sie erhielten durchwegs nur qualitative Ergebnisse. Über die Bestimmung des Verlust-

widerstandes liegt eine größere Zahl von Veröffentlichungen vor (vgl. CADY [4]). Neuere Arbeiten stammen von BELL [5], SCHMITZ und WALDICK [6] und vom General Post Office [7].

Gemeinsames Merkmal dieser Untersuchungen ist der stets wiederkehrende Hinweis, daß der Verlust-

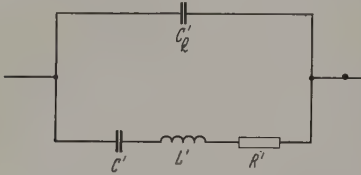


Abb. 1. Ersatzschaltung des Quarzes

widerstand kaum reproduzierbar bestimmt werden kann und daß der gemessene Wert meist schlecht mit dem errechenbaren Widerstand übereinstimmt.

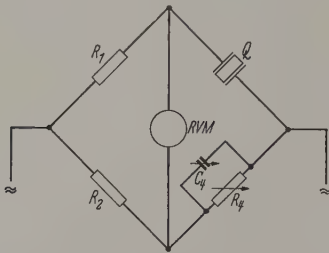


Abb. 2. Skizze der Wechselstrombrücke

1. Meßverfahren

Das vollständige elektrische Ersatzschaltbild eines Quarzes [8] läßt sich durch eine einfache Transformation in ein ihm äquivalentes Schaltbild (Abb. 1) umformen. Nur die in dieser Schaltung auftretenden

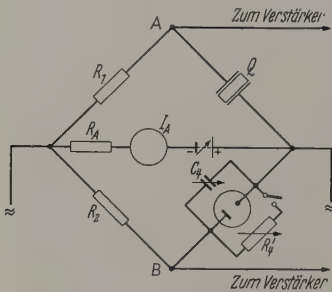


Abb. 3. Wechselstrombrücke

elektrischen Größen sind der Messung zugänglich; der nachfolgend allein interessierende Widerstand R' ergibt sich zu

$$R' = (R_L + R_S) \left(\frac{C_E + C_Q}{C_E} \right)^2. \quad (1)$$

Hierin sind R_L und R_S elektrische Ersatzgrößen; der Leerlaufwiderstand R_L beschreibt die Verluste durch innere Reibung, während in den Strahlungswiderstand R_S die mechanischen Verluste durch Abstrahlung und Halterung eingehen. Rein elektrische Größen sind die Kapazität C_E , die eine Serienschaltung der beiden im allgemeinen verschiedenen Kapazitäten zwischen

Quarzoberfläche und Elektrode ist, sowie die Eigenkapazität C_Q des Quarzes.

Der Widerstand R' kann in einer Wechselstrombrücke (in Abb. 2 skizziert) ermittelt werden: Zunächst wird weit oberhalb der Resonanzfrequenz die Kapazität C_4 auf die Kapazität C'_Q ($\neq C_Q$, wegen der Schaltkapazitäten!) des Quarzes abgeglichen, dann läßt sich an der Serienresonanzstelle der variable Widerstand R_4 auf R' phasenrein abgleichen. Sind schließlich die Widerstände R_1 und R_2 reell und gleich, so gilt

$$C_4 = C'_Q \quad \text{und} \quad R_4 = R'. \quad (2)$$

2. Meßanordnung

21. Brücke mit Röhrenvoltmeter

Der Vergleichswiderstand R_4 (Abb. 2) ist wegen der auftretenden kleinen Kapazitäten ein kritisches Bauelement. Handelsübliche Potentiometer sind dafür nicht geeignet. Als variabler Widerstand wurde deshalb eine Diode (6H6) benutzt. Ihrer Anode wird über den Widerstand R_4 (Abb. 3) eine veränderliche Gleichspannung zugeführt. Der am Instrument I_A ablesbare Gleichstrom ist ein Maß für den Innenwiderstand der Röhre, er kann der Anlaufkennlinie entnommen werden. Mit dieser Brücke lassen sich Widerstände zwischen 1,4 k Ω und 50 M Ω messen, wobei durch umschaltbare Widerstände R_1 und R_2 (in Abb. 2 nicht eingezeichnet) die Empfindlichkeit der Anordnung gewahrt bleibt. Unterhalb von 1,4 k Ω ist die Änderung des Innenwiderstandes für eine Messung zu klein, hier wird das Potentiometer R'_4 verwendet, dessen jeweiliger Blindwiderstand gegenüber dem Wirkwiderstand vernachlässigbar ist.

Die an den Brückenpunkten A und B auftretende Wechselspannung wird zunächst gleichgerichtet, dann verstärkt und schließlich mit einem Meßverstärker FH 408 (FRIESECKE und HÖPFNER) zur Anzeige gebracht. Es sind dann Spannungsänderungen von 3 μ V nachweisbar. Daraus ergibt sich eine Anzeigeempfindlichkeit von $10^{-3}\%$ der jeweiligen Quarzimpedanz.

22. Quarzhalterungen

Reproduzierbare Meßwerte lassen sich nur erzielen, wenn die Halterung mit besonderer Sorgfalt ausgeführt wird. Einmal ist auf kleine Halterungskapazität zu achten, sodann zeigten Vorversuche den entscheidenden Einfluß der mechanischen Halterungseigenschaften: Liegt der Quarz unten auf einer Metallplatte als Elektrode auf, während oben die Wechselspannung über eine Spitze der aus eingebrauntem Silber bestehenden Elektrode zugeführt wird, so beträgt der Fehler der Einzelmessung 50%. Liegt der Quarz nur unten auf, während oben die Elektrode mit Luftspalt parallel zum Quarz angeordnet ist, so läßt sich bei Dickenschwingungen eine gute Reproduzierbarkeit erzielen (8% und besser). Bei Querschwingungen genügt diese Halterung nicht, hier muß der Quarz zwischen zwei Spitzen seitlich in einer Mittelebene diametral gefaßt und die Spannung beidseitig über Parallelelektroden mit Luftspalt zugeführt werden. Abb. 4 zeigt die bei den Messungen verwendete Halterung¹.

¹ Die Anfertigung erfolgte in der Institutswerkstatt durch Herrn Werkmeister H. STROHBACH (mechanische Teile) und Herrn J. RÖTZER (Glasapparatur); beiden sei für die sorgfältigen Ausführungen besonders gedankt.

3. Meßergebnisse

31. Gekittete Folienelektroden

Im Zusammenhang mit dem Halterungsproblem tauchte die Frage auf, welchen Einfluß gekittete Folien auf den Quarz ausüben. Naturgemäß sind hier keine genaueren Ergebnisse zu erwarten, weil jede Kittung unvermeidlich anders ausfällt. Immerhin konnte festgestellt werden, daß der Resonanzwiderstand nur von der Folienmasse — in Abb. 5 als Abszisse aufgetragen — abhängt, während die Foliendicke wie auch das Material ohne merklichen Einfluß bleiben. Bei den Querschwingungen scheint ein asymptotischer Zusammenhang zwischen Masse und Widerstand zu bestehen (Abb. 5a); Folien kleiner Masse führen erzwungene Querschwingungen aus, mit zunehmender

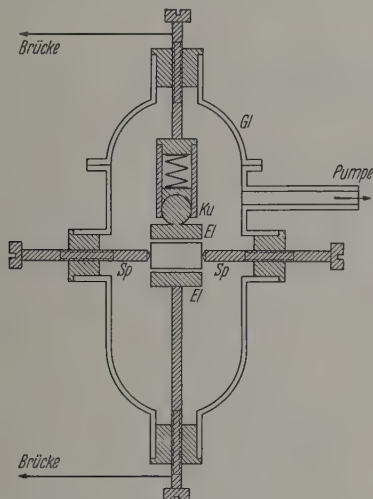


Abb. 4. Quarzhalterung; *El* Elektroden aus Messing, untere Elektrode mit Winkerteilung zur Bestimmung der Quarzlage; *Gl* Evakuierbares Glasgefäß; *Ku* Kugelgelenk zur Parallelstellung der oberen Elektrode; *Qu* Quarz; *Sp* Spitzen aus Messing zur Halterung des Quarzes

Masse wird nur noch die Kittschicht deformiert. Der allerdings schlecht definierte Einmündungspunkt der Kurve in die Horizontale gibt dann diejenige Elektrodenmasse an, bei der die gesamte Querschwingungsamplitude in der Kittschicht abklingt. Die Anregung einer Dickenschwingung liefert die in Abb. 5b gezeigte Massenabhängigkeit; unter Berücksichtigung der Fehlerquellen kann der eingezeichnete lineare Verlauf erwartet werden¹.

32. Querschwingungen

Die zunächst rein qualitative Untersuchung eines Quarzes (450 kHz Nennfrequenz als Dickenschwinger, runde Platte mit 17 mm \varnothing) zeigt im Bereich von 100 kHz bis 1 MHz das übliche Frequenzspektrum mit zahlreichen zumeist nur schwach ausgeprägten Resonanzstellen. Eingehende Messungen wurden bei den vier durch starke Resonanz auffallenden Frequenzen

160 kHz 224 kHz 447 kHz 460 kHz

durchgeführt, von denen die ersten beiden als Querschwingungen, die beiden letzten als Dickenschwin-

¹ Sehr sorgfältig muß der am Rand ausgetretene Kitt entfernt werden, schon kleine Kittwülste können bei Dickenschwingungen den Widerstand um drei Zehnerpotenzen und mehr erhöhen.

gungen identifiziert werden konnten. Die Querschwingungen des Quarzes werden bei der verwendeten Halterungsart durch gleichzeitige erzwungene Dickenschwingungen nicht beeinflusst; dagegen ist eine systematische Widerstandsänderung bei Quer-

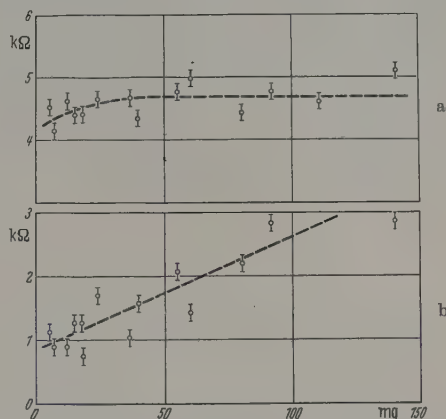


Abb. 5. a Quarzwiderstand in Abhängigkeit von der Folienmasse bei Anregung der Querschwingung mit 224 kHz. b Quarzwiderstand in Abhängigkeit von der Folienmasse bei Anregung der Dickenschwingung mit 460 kHz

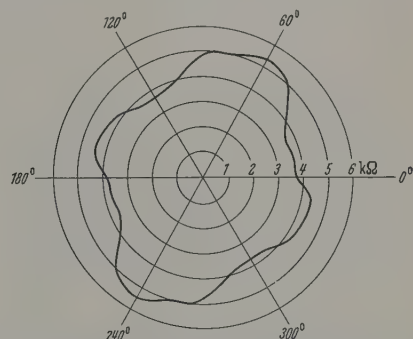


Abb. 6a. Halterungsabhängigkeit des Quarzwiderstandes bei Anregung der Querschwingung mit 160 kHz

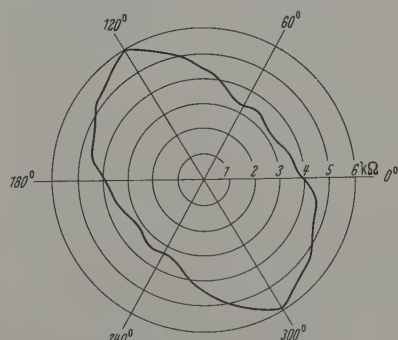


Abb. 6b. Halterungsabhängigkeit des Quarzwiderstandes bei Anregung der Querschwingung mit 224 kHz

schwingungen beobachtbar, sobald der Quarz horizontal in seiner Halterung gedreht wird. Von einer beliebigen Lage als Nullpunkt ausgehend wurde der jedem Drehwinkel zugehörige Widerstand ermittelt. Das Ergebnis dieser Messungen zeigen Abb. 6a und 6b, in denen in Polarkoordinaten der Winkel des Quarzes gegen die Nullage und der gemessene Widerstand R'

eingetragen sind. Große Widerstandswerte beruhen auf starker Dämpfung durch die Halterung, sie wird durch große Amplituden der Querschwingung in Richtung der seitlichen Spitzenhalterung verursacht. Schwingt dagegen der Quarz nur wenig, so wird die Gesamtschwingung entsprechend wenig gedämpft. Den Diagrammen sind je zwei Paar Schwingungsmaxima zu entnehmen: zwei bei Anregung mit 160 kHz in Richtung der Diagonalen 60° – 240° , zwei bei 224 kHz in Richtung 120° – 300° . Nun ist der Elastizitätsmodul in der Y, Z -Ebene eines Quarzes keine konstante Größe; die Hauptschwingungsrichtungen der Abb. 6 entsprechen den Maxima des Elastizitätsmoduls. Dies läßt sich an Hand der errechenbaren

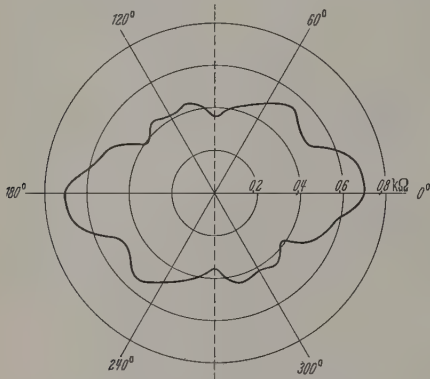


Abb. 7. Halterungsabhängigkeit des Quarzwiderstandes bei Anregung der Dickenschwingung mit 460 kHz

Eigenfrequenzen der Querschwingung ebenso überprüfen wie aus dem nach STRAUBEL [9] bestimmbar Winkel zwischen den beiden Extrema des Elastizitätsmoduls: der aus der Messung erhaltene Winkel zwischen den beiden Hauptschwingungsrichtungen von 120° stimmt mit dem Erwartungswert ($119^\circ 50'$) überein — die geringe Abweichung liegt innerhalb der Fehlergrenzen der Messung —. Das in der Schwingungskurve von 160 kHz (Abb. 6a) zusätzlich auftretende Paar von Extremalwerten dürfte sich durch eine erzwungene Schwingung in Richtung eines weiteren ausgezeichneten Wertes des Elastizitätsmoduls erklären lassen.

Wird der Quarz mit 460 kHz bzw. mit 447 kHz, den Eigenfrequenzen der Dickenschwingung angeregt, so treten durch Resonanzeffekte bedingt auch Querschwingungen auf. Die bei 450 kHz erhaltene Schwingungskurve (Abb. 7) zeigt einen recht unregelmäßigen Verlauf; ein direkter Zusammenhang mit dem Elastizitätsdiagramm scheint nicht zu bestehen. Neben den Maximalwerten in Richtung 0° – 180° sei das Minimalwertepaar in Richtung 90° – 270° besonders hervorgehoben, das für die Bestimmung des Quarzwiderstandes eine entscheidende Rolle spielt. Die Kurve für 447 kHz, einer Nebenresonanz der Dickenschwingung, zeigt abgesehen von rund fünffachen Widerstandswerten einen ganz ähnlichen Verlauf, so daß auf ihre Wiedergabe verzichtet werden kann.

33. Bestimmung des Quarzwiderstandes

Aus den vorausgegangenen Ergebnissen folgt, daß der Quarzwiderstand der Dickenschwingung in einem Minimum der gleichzeitig auftretenden Querschwin-

gung bestimmt werden muß. Der Quarz muß also in Richtung 90° – 270° (Abb. 7) gehalten werden. Der dann gefundene Widerstand setzt sich nach (1) additiv aus dem Leerlaufwiderstand R_L und dem Strahlungswiderstand R_S zusammen. Die Berechnung [10] liefert

$$R_L = \left. \begin{aligned} &\frac{\pi^2 \varrho \eta d}{8 e_{11}^2 A} \\ &- 75,8 \Omega \end{aligned} \right\} \quad (3a)$$

und

$$R_S = \left. \begin{aligned} &\frac{v_0 \varrho_0 d^2}{2 e_{11}^2 A} \\ &- 1,27 \text{ k}\Omega \end{aligned} \right\} \quad (3b)$$

ϱ = Dichte des Quarzes, η = Viskosität des Quarzes, d = Dicke des Quarzes, e_{11} = piezoelektrische Konstante, A = Fläche des Quarzes, v_0 = Schallgeschwindigkeit in Luft, ϱ_0 = Dichte der Luft.

Die Messung ergibt an Stelle von $R_L + R_S = 1,35 \text{ k}\Omega$ für den noch nicht nach Formel (1) korrigierten Widerstand $R' = 298 \Omega$. Diese Diskrepanz läßt sich nur durch eine wesentlich kleinere Abstrahlung erklären, als sie nach (3b) zu erwarten ist. Eine Messung unter vermindertem Luftdruck verhindert die Abstrahlung, man mißt also den Leerlaufwiderstand allein. Bei 0,1 Torr ist der Strahlungswiderstand bereits um den Faktor 10^{-4} erniedrigt, er kann somit gegen den Leerlaufwiderstand vernachlässigt werden¹. Bei 0,1 Torr ergibt sich

$$R' = 110 \Omega \pm 2\%$$

und weiter nach Korrektur [Formel (1)]

$$R_L = 79,0 \Omega \pm 5\%$$

in guter Übereinstimmung mit dem berechneten Wert $R_L = 75,8 \Omega$. Der angegebene Fehler von 5% ergibt sich aus den in die Korrektur eingehenden Kapazitäten, deren Ermittlung die Genauigkeit wesentlich herabsetzt.

Zusammenfassend sei betont, daß der Leerlaufwiderstand nur meßbar ist, wenn einmal die Abstrahlungs- und Dämpfungsverluste auf einen vernachlässigbar kleinen Wert herabgedrückt werden. Dies läßt sich durch Halterung des Quarzes in seiner Mittelebene zwischen diametral angeordneten Spitzen und durch Schwingungsanregung unter vermindertem Druck erreichen. Außerdem muß in einer Voruntersuchung das Minimum der gleichzeitig auftretenden Querschwingung ermittelt werden. Nur bei Halterung in der Minimumsrichtung sind brauchbare Resultate zu erzielen. Ob die beobachtete Diskrepanz zwischen dem errechneten Strahlungswiderstand und den Meßergebnissen auf Zufälligkeiten, wie etwa einem schlecht oder nicht kolbenförmig schwingenden Quarz beruht, muß weiteren Untersuchungen überlassen bleiben.

Zusammenfassung

In einer hochempfindlichen Wechselstrombrücke wurde der Resonanzwiderstand eines runden Ultraschallquarzes bei Anregung von Quer- und Dickenschwingungen untersucht. Aufgekittete Folienelektroden sind für solche Messungen ungeeignet, weil der Resonanzwiderstand von der Folienmasse und von

¹ Die im Leerlaufwiderstand eventuell noch eingehenden Halterungsverluste sind gleichfalls vernachlässigbar, weil der Quarz in seiner neutralen Zone der Dickenschwingung gehalten ist.

unvermeidlichen Kittungsunterschieden abhängt. Dagegen liefert eine diametrale Halterung des Quarzes zwischen Spitzen und die Verwendung von Parallel-elektroden mit Luftspalt reproduzierbare Ergebnisse: Bei horizontaler Drehung des Quarzes ist eine systematische Widerstandsänderung feststellbar, die bei Anregung von Querschwingungen im Zusammenhang mit dem Elastizitätsdiagramm steht. Die Bestimmung des Leerlaufwiderstandes der Dickenschwingung gelingt in guter Übereinstimmung mit der Theorie, wenn nach Ermittlung des Minimums der gleichzeitig auftretenden Querschwingung der Quarz unter vermindertem Druck untersucht wird.

Herrn Prof. Dr. A. FAESSLER sei für sein reges Interesse am Fortgang der Untersuchung gedankt.

Literatur: [1] MEISSNER, A.: Phys. Z. **28**, 621 (1927). — [2] PETRILKA, V.: Ann. Phys. (5) **23**, 156 (1935). — [3] BECHMANN, R.: Telefunken-Z. **18**, 5 (1937). — [4] Cady, W. G.: Piezoelectricity, p. 405. New York 1946. — [5] BELL, J. F. W.: Brit. J. appl. Phys. **2**, 324 (1951). — [6] SCHMITZ, W., u. L. WALDICK: Z. angew. Phys. **3**, 281 (1951). — [7] General Post Office: Piezoelectricity. London 1958. — [8] BECHMANN, R.: Z. Hochfrequenztechn. **56**, 14 (1940). — [9] STRAUß, H.: Z. Hochfrequenztechn. **38**, 19 (1931). — [10] BERGMANN, L.: Der Ultraschall, S. 112 u. 186. Stuttgart 1954.

Dr. HARALD GOETZ, EDMUND BREITFELDER,
I. Physikalisches Institut der Universität München

Das magnetische Verhalten von Fe-Al-Einkristallen

II. Der Einfluß von Ausscheidungen auf Koerzitivkraft und Remanenz von Fe-Al-Rahmeneinkristallen

Von HERMANN GENGNAGEL

Mit 18 Textabbildungen

(Eingegangen am 9. Juni 1961)

Im Teil I¹ wurde gezeigt, wie sich die magnetischen Eigenschaften einkristalliner Fe-Al-Legierungen im Überstrukturgebiet Fe₃Al durch das Auftreten geordneter Zustände und durch das Entstehen innerer Spannungen ändern. Treten jedoch sichtbare Ausscheidungen auf, so bestimmen diese vorwiegend das magnetische Verhalten der Fe-Al-Einkristalle. Im folgenden soll daher untersucht werden, wann gerichtete und ungerichtete Ausscheidungen in Fe-Al-Einkristallen auftreten, wie sie die Gestalt der Hystereseschleifen von Rahmeneinkristallen verändern und wie schließlich diese Ausscheidungen durch geeignete thermische Behandlung beseitigt und neu erzeugt werden können. Chemische Analysen ergaben, daß eine Kohlenstoffverunreinigung > 0,02% zu Ausscheidungen in Form von Fe-Al-Karbidn führt [1]. Anhand von Schliffbildern und Bitter-Mustern auf (100)-Ebenen können die nach verschiedenen Wärmebehandlungen gemessenen Hystereseschleifen gedeutet werden. Die Koerzitivkraft ändert sich beim Auftreten von Ausscheidungen um zwei Größenordnungen.

1. Sichtbarmachung und Gestalt der Ausscheidungen

Langsam im Ofen abgekühlte Proben zeigten im Mikroskop nach mechanischem und elektrolytischem Polieren Ausscheidungen. Bis zu etwa 12 Gew.-% Al traten die Ausscheidungen in Plattenform auf, von 12 Gew.-% Al zu höheren Prozentsätzen bildeten sich Ausscheidungsadn.

Durch systematisches, mechanisches und elektrolytisches Abtragen der (100)-Oberfläche einer Al-Fe-Probe mit 4,5% Al war nachzuweisen, daß es sich um Ausscheidungsplatten — in diesem Falle hauptsächlich in (100)-Ebenen — handelt. Diese Platten hatten etwa folgende Abmessungen: 1 × 0,3 × 0,1 mm³ (vgl. Abb. 1).

Dagegen ist aus Abb. 2a und b zu entnehmen, daß bei höheren Al-Gehalten, wie z.B. 12 Gew.-% Al, die

Ausscheidungen in Form von Nadeln in [111]-Richtung auftreten, deren Länge etwa 0,2 mm und deren Durchmesser 0,01 bis 0,02 mm beträgt.

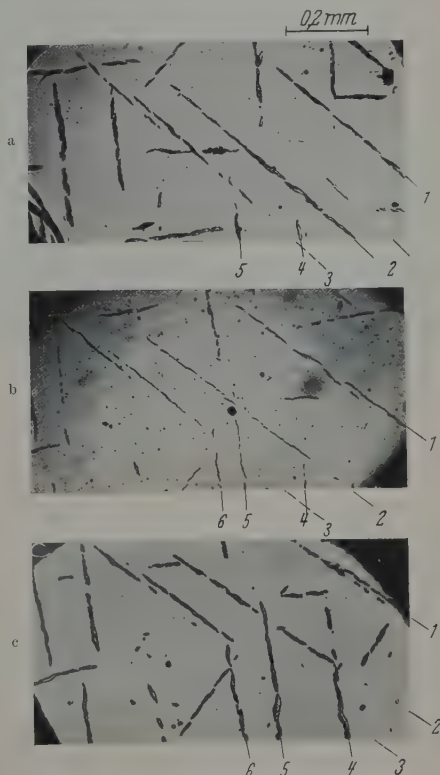


Abb. 1a—c. Ausscheidungen auf einer (100)-Ebene einer Fe-Al-Einkristallscheibe (4,5% Al) mit 0,08% Kohlenstoff. Nachweis, daß es sich um plattenförmige Ausscheidungen handelt durch systematisches Abtragen der (100)-Oberfläche. a Oberfläche mechanisch und elektrolytisch poliert. b Die Oberfläche von (a) mechanisch um eine 0,1 mm dicke Schicht abgetragen, anschließend mechanisch und schwach elektrolytisch poliert. c Von Oberfläche (b) weitere 0,1 mm mechanisch abgetragen, anschließend mechanisch und stärker als bei (b) elektrolytisch poliert

¹ GENGNAGEL, H.: Z. angew. Phys. **13**, 527 (1961).

Entsprechende Untersuchungen an *polykristallinem* Material ergaben, daß man Ausscheidungen *innerhalb* der einzelnen Kristallite erhalten kann, wenn durch rasches Abkühlen ein Wandern der Ausscheidungen in die Korngrenzen verhindert wird. Einige Aufnahmen an polykristallinem Material nach verschiedenen Wärmebehandlungen und bei unterschiedlichen Kohlenstoffgehalten sollen das Verhalten von Ausscheidungen in Korngrenznähe veranschaulichen (Abb. 3 bis 5).

Bei geringen Kohlenstoffgehalten (0,016 und 0,007% C) sind die Korngrenzen wesentlich dünner und schärfer gezeichnet.

Das Auftreten von Ausscheidungen in Fe-Al-Legierungen wurde bisher nicht beobachtet, obgleich Legierungen mit mehr als 0,02% Kohlenstoff bei

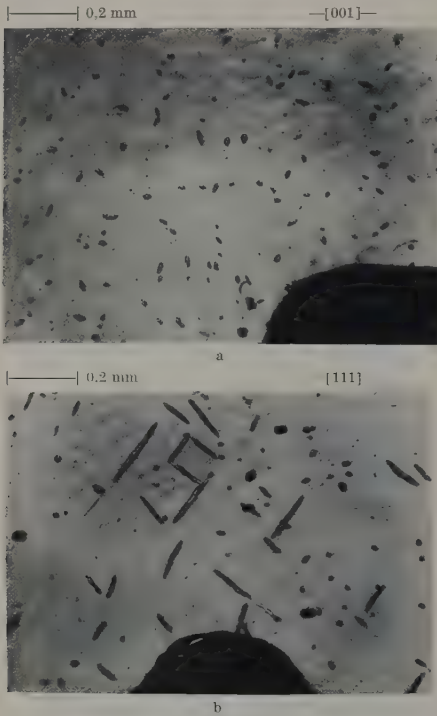


Abb. 2a u. b. Ausscheidungen auf Fe-Al-Rahmenkristallen (12% Al). a in (100)-Ebene; b in (111)-Ebene

magnetischen Messungen Verwendung fanden. Der Grund dafür ist darin zu suchen, daß bisher noch wenig systematische Untersuchungen an Fe-Al-Einkristallen durchgeführt wurden. Bei normalen Glühbehandlungen polykristalliner Legierungen wandern die Ausscheidungen in die Korngrenzen und sind dort als Ausscheidungen nicht ohne weiteres zu erkennen. Bei Fe-Al-Einkristallen müßten dagegen die Ausscheidungen an die Randzonen des Kristalls wandern. Da jedoch jeder Metalleinkristall viele Fehlstellen und Mosaikstrukturen besitzt, werden sich die Ausscheidungen vorwiegend an diesen Störstellen anlagern. Ob sie dort beim Wachsen zu Gitterspannungen Anlaß geben, konnte bisher noch nicht geklärt werden. Mit Hilfe von Bitter-Mustern ist aber nachzuweisen, daß in der Nähe von Ausscheidungen typische spannungsbedingte Strukturen auftreten.

2. Gerichtete Ausscheidungen als Hindernisse für die Bewegung von Bloch-Wänden in Rahmeneinkristallen

Ummagnetische Platten und Nadeln behindern die ungestörte Ausbildung großer Weißscher Bereiche in Einkristallen und verursachen „Kurzschluß-Bezirke“ innerhalb eines Schenkels eines Rahmeneinkristalls in [100]-Richtung (vgl. Abb. 6). Bei höheren Feld-

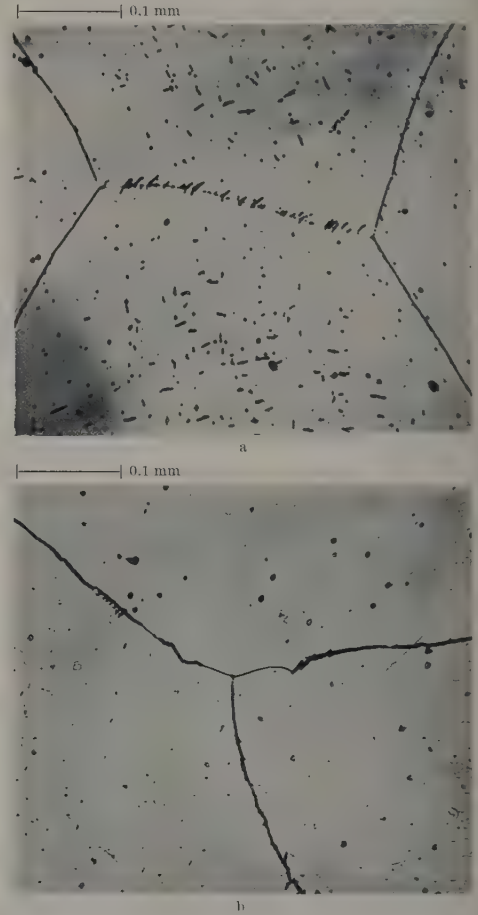


Abb. 3a u. b. Ausscheidungen in einer polykristallinen Fe-Al-Legierung (9,6% Al) mit einem Kohlenstoffgehalt von 0,04%. a Nach dem Kokillenguß (sehr rasche Abkühlung); b nach längerer Glühbehandlung

stärken finden also zur Ummagnetisierung Drehprozesse statt, es muß Arbeit gegenüber der Kristallenergie geleistet werden. Die Hystereseschleife eines Rahmeneinkristalls mit Kurzschluß-Bezirken auf sämtlichen Schenkeln ist stark geschart und die Koerzitivkraft erhöht (vgl. Abb. 7). Erst bei relativ hohen Feldern erreicht man ein Einmünden in die Sättigung; im angeführten Beispiel eines 4,5% Al-Fe-Rahmeneinkristalls [100] (001) war ein Feld von etwa 300 Oe zur Sättigung notwendig.

Ohne Ausscheidungen zeigt der gleiche Rahmen-einkristall eine rechteckige Hystereseschleife und die Bitter-Muster bilden sich in bekannter Weise über das ganze Rähmchen aus [2]. Die Koerzitivkraft ist auf etwa 0,05 Oe gesunken und die Sättigung wird schon bei etwa 1 Oe erreicht (vgl. Abb. 7 und 8). Eine Abhängigkeit zwischen Koerzitivkraft und Kristall-

anisotropie bei Proben etwa gleichen Kohlenstoffgehaltes zeigt Abb. 9. Bei $K_1=0$ erhält man für H_c ein Minimum (12 Gew.-% Al); auf sämtlichen Proben waren Ausscheidungen sichtbar.

Die Anisotropiemessungen werden durch platten- und nadelförmige Ausscheidungen schwach beeinflusst. Die K_1 -Werte liegen bei Proben mit sichtbaren Aus-

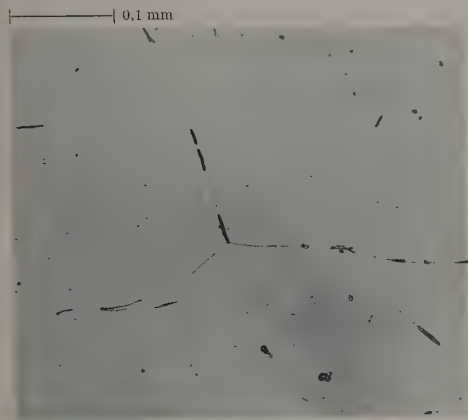


Abb. 4. Ausscheidungen auf einer polykristallinen Fe-Al-Legierung (11,5% Al) nach längerer Glühbehandlung mit einem Kohlenstoffgehalt von 0,016%

scheidungen um 10 bis 30% höher als bei ausscheidungsfreien Proben. Magnetostriktion und spezifischer Widerstand blieben innerhalb der Meßgenauigkeit ungeändert. Durch Änderung der Wärmebehandlung kann die Größe der Ausscheidungen in weiten

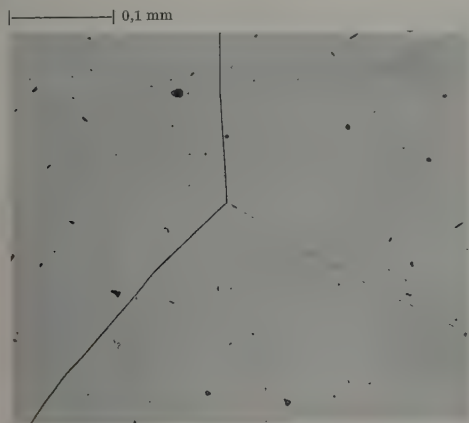


Abb. 5. Korngrenzen auf einer ausscheidungsfreien Fe-Al-Legierung (13,4% Al) nach längerer Glühbehandlung mit einem Kohlenstoffgehalt von 0,007%

Grenzen variiert werden. Bei feindispersen Ausscheidungen wird die Beweglichkeit der Bloch-Wände wesentlich stärker behindert als bei groben platten- oder nadelförmigen, dementsprechend liegt die Koerzitivkraft bei feindispersen Ausscheidungen in Rahmen-einkristallen erheblich höher. Dies soll im folgenden Abschnitt experimentell untersucht werden.

Auf die Mikroanalyse der angereicherten Ausscheidungen soll hier nicht weiter eingegangen werden, da darüber bereits an anderer Stelle [1] berichtet wurde.



Abb. 6. Bitter-Muster auf einem Schenkel eines Fe-Al-Rahmenkristalls (4,5% Al) nach langsamem Abkühlen, Kohlenstoffgehalt 0,08% (vgl. Kurve a in Abb. 7)

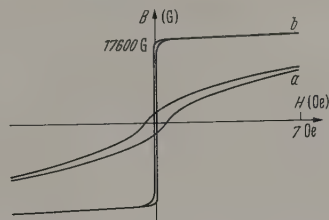


Abb. 7. Hystereseschleifen des Rahmenkristalls (4,5% Al) [100] (001). Kurve a Probe nach 5 Std Glühen bei 1050 °C langsam im Ofen abgekühlt (mit Ausscheidungen); Kurve b Probe nach 5 Std. Glühen bei 1050 °C von 800 °C an Luft abgeschreckt (keine Ausscheidungen sichtbar)

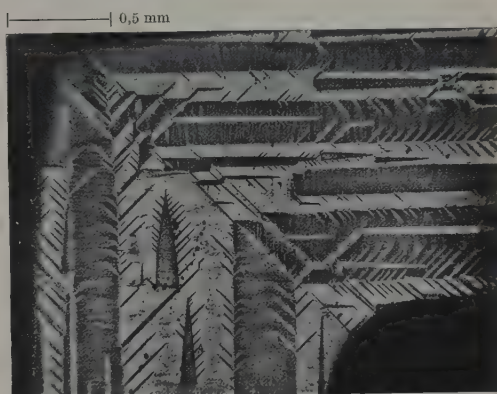


Abb. 8. Bitter-Muster auf dem gleichen Rahmenkristall (4,5% Al) nach Abschrecken der Probe von 800 °C an Luft (keine Ausscheidungen), vgl. Kurve b in Abb. 7

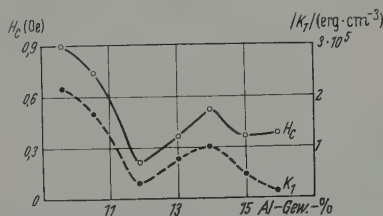


Abb. 9. Koerzitivkraft und Anisotropiekonstante langsam abgekühlter Proben mit sichtbaren Ausscheidungen (etwa 0,04% C) in Abhängigkeit vom Al-Gehalt. Die Hystereseschleifen wurden jeweils in Vorzugsrichtung gemessen

3. Thermische Untersuchungen des Verhaltens von Ausscheidungen im Temperaturbereich von 440 bis 850°C

Systematische Veränderungen der Glühtemperatur, -dauer und Abkühlgeschwindigkeit ergaben, daß in den Fe-Al-Legierungen von 3 bis 12 Gew.-% Al Ausscheidungen dann nicht auftraten, wenn die Proben nach längerem Glühen bei 1000°C (mindestens 2 Std) im

Ofen auf 800° C abgekühlt und von dieser Temperatur an Luft abgeschreckt wurden. Der Kohlenstoff scheint bei den genannten Legierungen oberhalb von 780 bis 800° C im gelösten Zustand vorzuliegen. Bei höheren

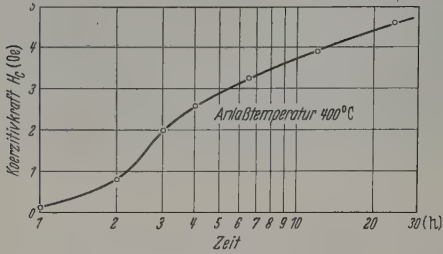


Abb. 10. Koerzitivkraft des Rahmenkristalls (9,6% Al) in Abhängigkeit von der Anlaßdauer bei 400° C

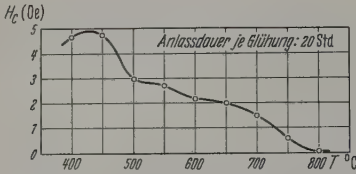


Abb. 11. Koerzitivkraft des Rahmenkristalls (9,6% Al) in Abhängigkeit von der Anlaßtemperatur bei konstanter Glühdauer

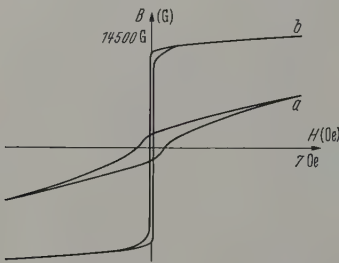


Abb. 12. Hystereseschleifen eines Fe-Al-Rahmenkristalls (9,6% Al) [100] (001). Kurve a 2 Std bei 1000° C geglüht, langsam im Ofen abgekühlt, Ausscheidungen sichtbar, $H_c = 0,7$ Oe; Kurve b 2 Std bei 1000° C geglüht, von 800° C an Luft abgeschreckt, keine Ausscheidungen sichtbar, $H_c = 0,05$ Oe

— 0,2 mm



Abb. 13. Feindisperse Ausscheidungen auf der (100)-Ebene des Fe-Al-Rahmenkristalls der Abb. 10 (9,6% Al) nach Abschrecken von 800° C und 20 Std Anlassen bei 400° C

Al-Gehalten sind höhere Temperaturen erforderlich, um die Ausscheidungen vollständig zu beseitigen [1].

Am Beispiel einer 9,6%igen Fe-Al-Legierung soll das Verhalten der Ausscheidungen in Abhängigkeit von Glühtemperatur und -dauer untersucht werden.

Diese Legierung wurde aus zweierlei Gründen ausgewählt:

1. Die Kristallanisotropie ist so groß, daß ohne Schwierigkeiten Bitter-Muster auf der Oberfläche des Rähmchens sichtbar gemacht werden konnten ($K_1 \approx 2 \cdot 10^5$ erg \cdot cm $^{-3}$).

2. Der Einfluß von Überstruktureffekten [3] ist in diesem Konzentrationsbereich nur schwach.

Messungen an dieser Probe nach einer Serie bestimmter Glühbehandlungen zeigt, wie sich Ausscheidungen bilden, koagulieren und wieder auflösen. Der Rahmenkristall wurde von den jeweiligen Glüh-temperaturen an Luft abgeschreckt. Es ist anzunehmen, daß durch das rasche Abkühlen an Luft (300 bis 400° C pro sec) der jeweilige Glühzustand fixiert wird.

Nach jeder Glühbehandlung wurden Hystereseschleifen aufgenommen und Schiffe (mechanisch und elektrolytisch poliert) angefertigt, um Ausscheidungen und Bitter-Muster sichtbar machen zu können. Die Veränderung der Koerzitivkraft als Funktion der Anlaßdauer und der Anlaßtemperatur ist in Abb. 10 und 11 dargestellt. Als Ausgangszustand für die nachfolgende thermische Behandlung wurde der abgeschreckte Zustand der Probe gewählt. Ein Rahmenkristall [100] (001) von 9,6% Al wurde also zunächst mehrere Stunden bei 1000° C geglüht und dann bei 800° C an Luft abgeschreckt (s. Abb. 12, Kurve b). Zum Vergleich ist in Abb. 12 noch eine zweite Hystereseschleife (a) eingezeichnet, die sich ergab, wenn der Einkristall langsam im Ofen abgekühlt wurde. Temperatur man nun die abgeschreckte Probe bei 400° C, so steigt die Koerzitivkraft in Abhängigkeit von der Zeit monoton und erreicht erst nach etwa 50 Std einen „Sättigungswert“ bei 5 Oe. Ausscheidungen sind nach 1 Std Glühbehandlung mikroskopisch noch nicht sichtbar zu machen. Erst nach etwa 10 Std sind im Mikroskop feindisperse Ausscheidungen (Abb. 13) zu erkennen, die an Zahl und Größe in Abhängigkeit von der Zeit zunehmen und schließlich nach etwa 50 Std sich nur noch vergrößern. Dieser Koagulationsprozeß würde bei 400° C sehr lange dauern. Um die dafür notwendige Anlaßdauer zu verkürzen, wurde bei der weiteren Glühbehandlung die Temperatur im Bereich von 400 bis 800° C jeweils um 50° erhöht und die Glühdauer konstant 20 Std gehalten. Nach dieser Zeit war bei jeder Glühung ein „Gleichgewichtszustand“ eingetreten. Das Ergebnis dieser Wärmebehandlungen bezüglich Zahl und Größe der Ausscheidungen und ihren Einfluß auf Hystereseschleife und Koerzitivkraft zeigen die Abb. 11 und 14. Die Schlibilder der Abb. 15a bis h lassen erkennen, wie mit wachsender Temperatur die Ausscheidungen zunächst koagulieren und dann bei höheren Temperaturen sich wieder auflösen beginnen. Ein Anlassen bei 750° C über eine Dauer von 20 Std läßt nur an den Randgebieten des Rahmenkristalls die Ausscheidungen auflösen (Abb. 15g). Entsprechend den Koagulations- und Auflösungsprozessen weist die Koerzitivkraft H_c in Abhängigkeit von der Temperatur bei 425° C (für eine Anlaßdauer von 20 Std) ein Maximum auf. Sobald die Ausscheidungen größer geworden sind (Abb. 15e), sinkt die Koerzitivkraft erheblich. Im Bereich von 700 bis 800° C beginnt der Auflösungsprozeß, in diesem Bereich sinkt die Koerzitivkraft stärker und hat nach

20 Std Anlaßbehandlung bei 800° C ihren ursprünglichen Wert von 0,045 Oe wieder erreicht.

Die Abb. 16 a und b zeigen jedoch, daß der Lösungsprozeß hauptsächlich in den Randzonen des Rahmen-einkristalls stattfindet. Pauschal zeigt also der Kristall das magnetische Verhalten eines Ferromagnetikums zweier Phasen mit verschiedenen Koerzitivkräften. In den Randzonen des Rähmchens (Abb. 16 a und b) sind die Bloch-Wände fast frei beweglich, es können sich größere Weißsche Bereiche ausbilden (vgl. Hystereseschleife Abb. 14h). Nimmt man nur diesen fast ausscheidungsreichen Teil des Materials heraus, so erhält man eine Rechteckschleife bei kleiner Feldaussteuerung (Abb. 14i). In dem ausscheidungsreichen Materialinneren sind dagegen wesentlich größere Feldstärken zur Ummagnetisierung erforderlich.

Die Bezirksstruktur der Probe nach der Abschlußbehandlung (20 Std bei 800° C) ist schließlich so, wie es bei einem Rahmeneinkristall mit relativ hoher Kristallanisotropie und ohne wesentliche Störungen zu erwarten ist (Abb. 17). Zu beachten ist jedoch, daß die Remanenz nach dem langdauernden Glühbehandlungszyklus um etwa 3000 [G] tiefer liegt als vor diesen Glühungen. Das ist zurückzuführen auf teilweises Herausdiffundieren der Al-Atome während der Glühbehandlung, wodurch Spannungen erzeugt wurden, wie sie bereits in Teil I dieser Arbeit [3] besprochen worden sind (vgl. auch Abb. 18).

Aus dem magnetischen Verhalten dieser Legierung in Abhängigkeit von Glüh-temperatur und -dauer ist zu entnehmen, daß durch Abschrecken oberhalb 650° C die Koerzitivkraft gegenüber langsamer Ofenabkühlung gesenkt und die Remanenz erhöht werden kann. Ein Tempern im Temperaturbereich von 400 bis 500° C nach dem Abschrecken von etwa 800° C führt dagegen zu sehr hohen Koerzitivkräften ($H_c \approx 5$ Oe), da sich zunächst feindisperse Ausscheidungen bilden können.

Verwendet man also für Überstrukturuntersuchungen an Fe-Al-Legierungen ein Material, das einen Kohlenstoffgehalt $> 0,02\%$ besitzt, so ist damit zu rechnen, daß sich der zu untersuchenden kristallografischen Überstruktur eine Ausscheidungsstruktur überlagert, die — wie aus den Messungen deutlich hervorgeht, den magnetischen Einfluß einer Überstruktur größenordnungsmäßig überdecken kann.

So fand BENNETT [4] einen Anstieg der Koerzitivkraft auf etwa 10 Oe, wenn die Proben bei 400° C getempert worden waren. Dieses Ergebnis deutete er durch das Auftreten einer Überstruktur, während nach unseren Untersuchungen die Ursache in der Ausbildung feindisperser Ausscheidungen zu suchen ist.

Auch von YAMAMOTO, MASUMOTO u. a. japanischen Autoren [5] wurden Fe-Al-Legierungen verwendet, die ungefähr 0,04% Kohlenstoff enthielten, so daß ihre Ergebnisse ebenfalls durch Ausscheidungseffekte beeinflusst sein müssen.

4. Zusammenfassende Deutung der Meßergebnisse von Teil I und II

Drei verschiedene Faktoren kann man angeben, die die Gestalt der Hystereseschleife, Koerzitivkraft und Permeabilität von Fe-Al-Legierungen, insbesondere im Überstrukturgebiet Fe₃Al beeinflussen. Diese Faktoren, die mit sehr verschiedener Stärke die Ergeb-

nisse beeinflussen, sollen in der Reihenfolge ihrer Bedeutung noch einmal aufgeführt werden:

1. *Ausscheidungen*, die bei Vorhandensein von Kohlenstoffgehalten größer 0,02% das magnetische Verhalten von Rahmeneinkristallen vorwiegend bestimmen, insbesondere die Koerzitivkraft in extremen Fällen um das Hundertfache wachsen lassen.

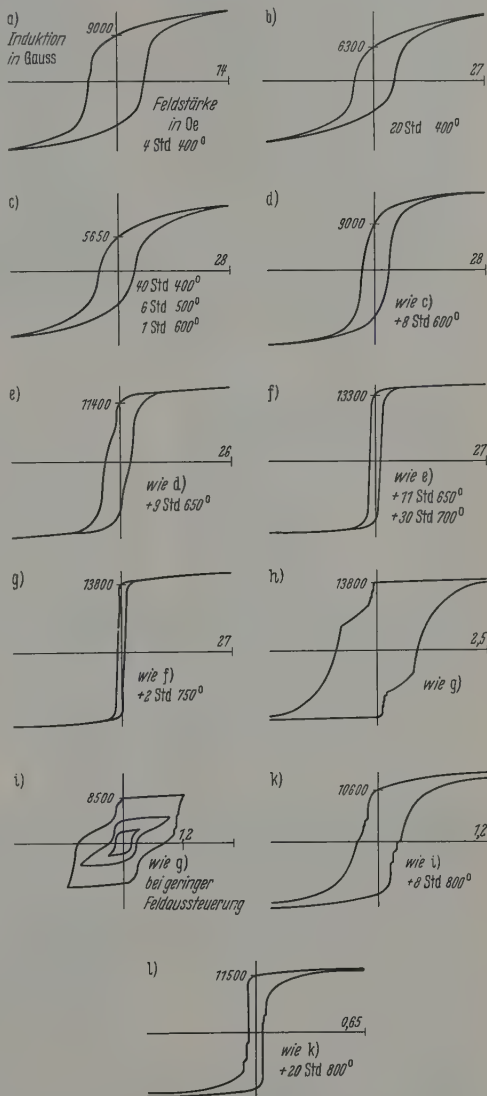


Abb. 14 a—l. Änderung der Gestalt der Hystereseschleifen des Rahmenkristalls (9,6% Al) in Abhängigkeit von Anlaßdauer und -temperatur

2. *Innere Spannungen*. Auftreten von inneren Spannungen, die sich in Folge der hohen Magnetostraktion ($1 = 5 \cdot 10^{-6}$ bis $100 \cdot 10^{-6}$) in magnetischer Hinsicht bemerkbar machen. Sie treten auf beim Herausdiffundieren von Al-Atomen aus dem Metallgitter nach längerer Glühbehandlung. Diese Spannungen sind um das 2- bis 3fache größer als die durch Abschreckbehandlung hervorgerufenen Spannungen. Durch das Auftreten der inneren Spannungen wird

besonders die Remanenz der Hystereseschleifen stark herabgesetzt.

3. *Bildung einer Überstruktur.* Durch das Auftreten einer Überstruktur werden Größen wie z. B. die ma-

in Verbindung mit den Ausscheidungen kann die Änderung der Kristallanisotropie bei verschiedenen Ordnungszuständen für Remanenz und Koerzitivkraft durchaus von Bedeutung sein.

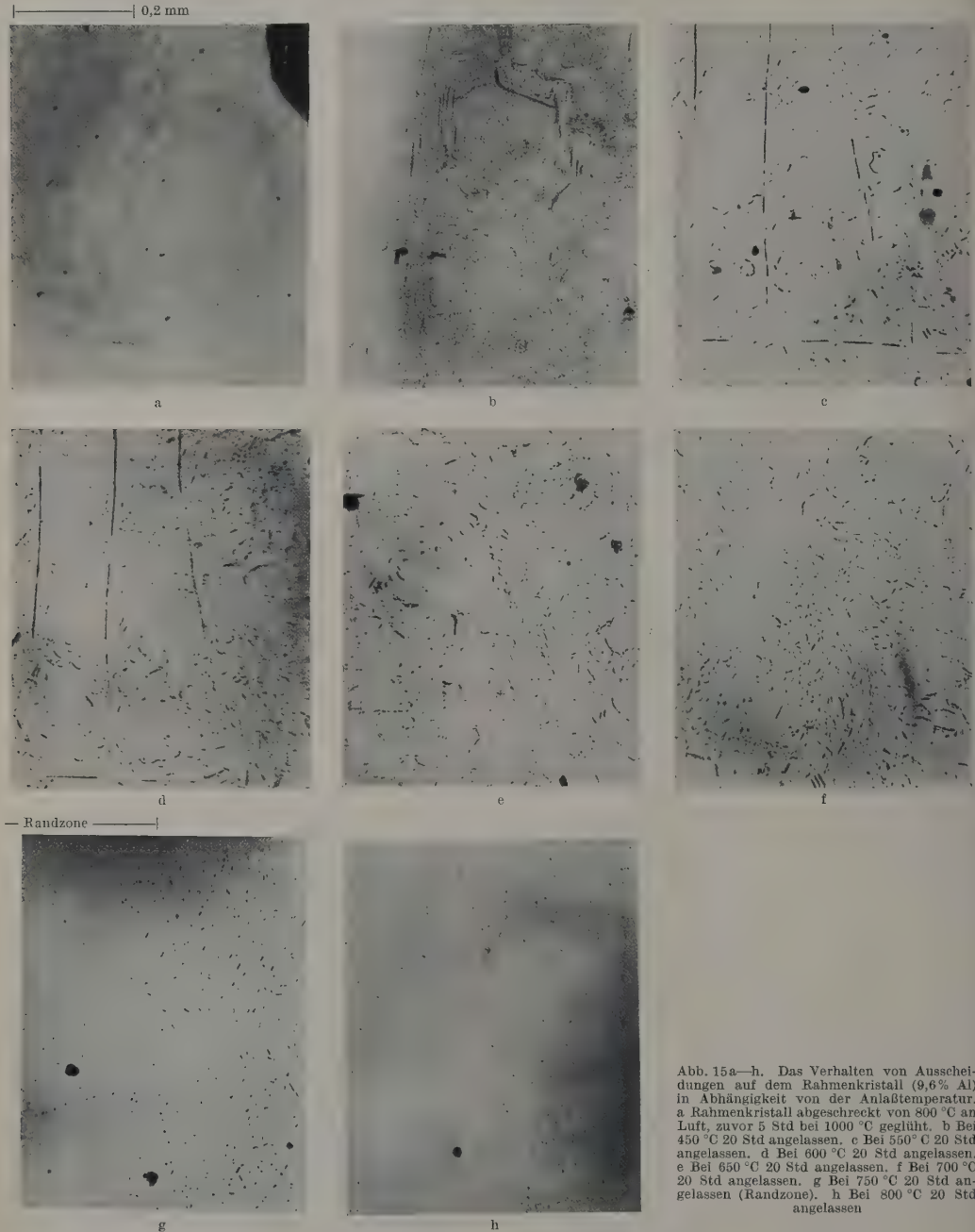


Abb. 15a—h. Das Verhalten von Ausscheidungen auf dem Rahmenkristall (9,6% Al) in Abhängigkeit von der Anlaßtemperatur. a Rahmenkristall abgeschreckt von 800 °C an Luft, zuvor 5 Std bei 1000 °C gegläht. b Bei 450 °C 20 Std angelassen. c Bei 550 °C 20 Std angelassen. d Bei 600 °C 20 Std angelassen. e Bei 650 °C 20 Std angelassen. f Bei 700 °C 20 Std angelassen. g Bei 750 °C 20 Std angelassen (Randzone). h Bei 800 °C 20 Std angelassen

netische Kristallanisotropie und Magnetostraktion stark geändert, dementsprechend zeigen auch die magnetischen Werte in den verschiedenen kristallographischen Richtungen eine wesentliche Änderung. Bei Vorhandensein von Ausscheidungen spielt jedoch die Überstruktur eine untergeordnete Rolle. Aber

Die drei genannten Faktoren bestimmen also im wesentlichen das magnetische Verhalten von Fe-Al-Legierungen im Konzentrationsgebiet von Fe₃Al. Der überwiegende Einfluß der Ausscheidungen konnte im Verlauf der Untersuchungen weitestgehend durch Verminderung des Kohlenstoffgehaltes (kleiner 0,01%)

unterdrückt werden. Erst bei Proben mit geringen Kohlenstoffgehalten $\leq 0,01\%$ wurde der Einfluß von K_1 in Abhängigkeit vom Ordnungs-Unordnungszustand auf die Gestalt der Hystereseschleife deutlich, und auch Nahordnungsvorgänge als Vorstufe zur Ausbildung eines vollständig geordneten Zustandes riefen — wenn auch in geringem Maße — Änderungen der magnetischen Eigenschaften (besonders bei der Koerzitivkraft) hervor.

Die Meßergebnisse ließen erkennen, daß das magnetische Verhalten von Fe-Al-Legierungen im Konzentrationsbereich von 10 bis 15 Gew.-% Al im wesentlichen durch das Verhalten von Kristallanisotropie und Magnetostriktion in Abhängigkeit von der Wärme-

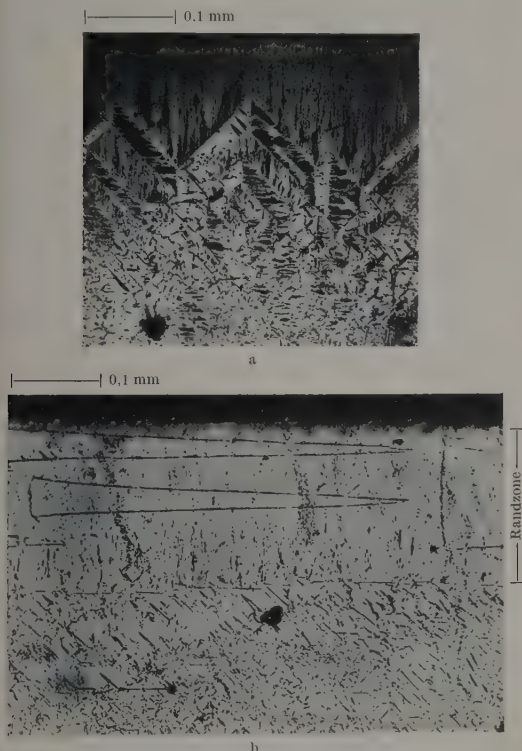


Abb. 16a u. b. Bloch-Wände an ausscheidungsreichen Randzonen des Rahmenkristalls (9,6% Al). a Nach 11 Std Anlaßbehandlung bei 650 °C. b Nach anschließendem zweistündigen Anlassen bei 750 °C

behandlung beschrieben werden kann. Dabei wurden die Wärmebehandlungen so gewählt, daß

- fast vollständiger Ordnungszustand,
- fast vollständiger Unordnungszustand und
- teilweise Ordnung sich ausbildeten.

Messungen des spezifischen Widerstandes nach den jeweiligen Glühungen zeigten im Zusammenhang mit röntgenographischen Untersuchungen, daß tatsächlich die verschiedenen Ordnungszustände auftraten. Die unvermeidlich bei normaler Glühbehandlung auftretenden inneren Spannungen sind in magnetischer Hinsicht besonders wirksam in den Fe-Al-Legierungen, bei denen die Kristallanisotropie relativ klein und die Magnetostriktion noch relativ hoch ist ($\lambda \approx 50 \cdot 10^{-6}$), das ist besonders im Konzentrationsbereich von 12 bis 15 Gew.-% Al der Fall. Die inneren Spannungen

bewirken ein langsames Einmünden in die Sättigung und setzen insbesondere die Remanenz herab und die Koerzitivkraft ein wenig herauf. Die relative Remanenz kann dabei auf etwa 0,3 heruntersinken, ähnliche Werte wurden auch an polykristallinen Proben gemessen.

Um die Ausscheidungsvorgänge eingehender verfolgen zu können, wurde ein Rahmenkristall (9,6%

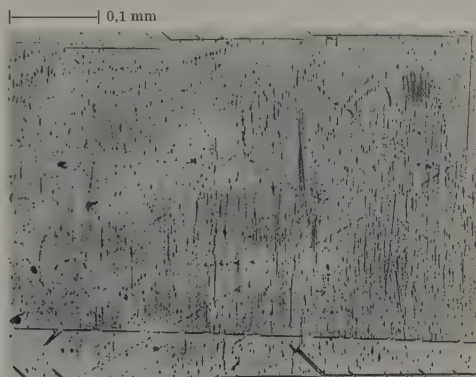


Abb. 17. Bezirksstruktur des Rahmenkristalls (9,6% Al) nach 20 Std Anlassen bei 800 °C

Al mit Kohlenstoffgehalt $\approx 0,04\%$) einer ausgedehnten Glühbehandlungsreihe unterworfen. Dabei konnte festgestellt werden, daß durch Abschrecken der Probe von 800 °C an Luft der Ausscheidungsvorgang unterdrückt und durch anschließendes Anlassen dieser

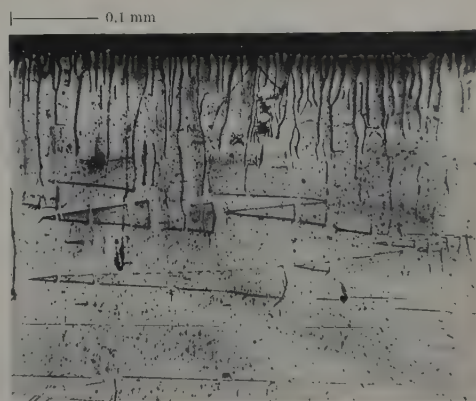


Abb. 18. Bezirksstruktur des Rahmenkristalls (9,6% Al) nach 20 Std Anlassen bei 850 °C, Spannungsmuster an den Randzonen des Kristalls

Probe der Ausscheidungsvorgang eingeleitet werden konnte. Die Koerzitivkraft wies mit wachsender Anlaßtemperatur ein Maximum bei etwas 450 °C nach 40 Std auf; Koagulationsvorgänge und später — bei höheren Temperaturen — Auflösungsprozesse ließen die Koerzitivkraft dann bei einer Anlaßtemperatur von 800 °C nach 20 Std wieder auf ihren ursprünglichen Wert sinken. In fast dem gleichen Temperaturbereich (400 bis 650 °C) tritt eine Überstruktur auf. Die Ausscheidungsstrukturen überlagern sich also der kristallographischen Überstruktur und sind auf thermischem Wege nicht voneinander zu trennen. Daher ist dem Auftreten einer Überstruktur in der Literatur [4], [5] bisher zu große Bedeutung beigemessen worden;

denn bei fast reinen Fe-Al-Proben ändern sich die magnetischen Eigenschaften weitaus geringer in Abhängigkeit vom Ordnungsgrad als bisher angenommen. Weiterhin ist auch das Auftreten einer kristallographischen Überstruktur nicht allein verantwortlich zu machen für die sehr geringen Remanenzen hochprozentiger Al-Fe-Legierungen (bis 16 Gew.-%). Sondern innere Spannungen spielen hierbei die entscheidende Rolle; durch das Diffundieren von Al-Atomen aus der Probenoberfläche während längerer Glühbehandlung entstehen Druck- und Zugspannungen, die eine völlig andere Struktur der Weißschen Bezirke hervorrufen und die Hystereseschleife stark scheren können.

Die aus den Messungen an Einkristallen gewonnenen Ergebnisse können in gewissen Grenzen auch auf polykristallines Material übertragen werden. Die Güte magnetischer Fe-Al-Bleche ist besonders durch Vermeiden von Ausscheidungen (Kohlenstoffgehalt $< 0,01\%$) sehr heraufzusetzen. Außerdem ist es vielleicht möglich, durch eine spezielle Glühbehandlung bei definiertem Al-Dampfdruck das Herausdiffundieren der Al-Atome aus der Oberfläche zu verhindern. Besonders bei dünnsten Fe-Al-Blechen müßte auf diese Weise die Permeabilität wesentlich erhöht werden können.

Zusammenfassung

Ist die Kohlenstoffverunreinigung in Fe-Al-Einkristallen $\approx 0,015\%$, so treten keine sichtbaren Ausscheidungen auf. Das magnetische Verhalten dieser Kristalle wird dann im wesentlichen durch die Magnetostraktion λ , die magnetische Kristallanisotropie K und die inneren Spannungen σ , bestimmt. Die Größen λ und K sind stark von dem Ordnungs-Unordnungszustand abhängig, dementsprechend ändert sich die Gestalt der Hystereseschleifen in Abhängigkeit vom Ordnungsgrad wesentlich. Die inneren Spannungen werden durch Diffundieren der Al-Atome während der Glühbehandlung erzeugt; sie beeinflussen die magnetischen Eigenschaften stark und vermindern besonders die Remanenz.

Bei Kohlenstoffverunreinigungen $> 0,02\%$ treten mikroskopisch sichtbare Ausscheidungen auf. Sie können durch entsprechende thermische Behandlungen beseitigt und wieder erzeugt werden, dabei ändert sich die Koerzitivkraft um zwei Größenordnungen (von 0,05 auf 5 Oe). Je nach Gehalt des Aluminiums erfolgt die Ausscheidung in Form von Platten bzw. Nadeln. Bitter-Muster auf der Oberfläche der Rahmenkristalle lassen die Ursache für Remanenzerniedrigung und Koerzitivkraftherhöhung erkennen. Analoge thermische Behandlungen an reinen Fe-Al-Einkristallen ändern dagegen die Koerzitivkraft um nur eine Größenordnung. Beim Auftreten von Ausscheidungen also ist der Einfluß des kristallographischen Ordnungsgrades gering, das magnetische Verhalten der Fe-Al-Einkristalle wird vorwiegend durch die unmagnetischen Platten oder Nadeln bestimmt.

Herrn Prof. Dr. M. STEENBECK habe ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für zahlreiche Diskussionen sehr zu danken. Für weitere Unterstützung bei der Durchführung der Arbeit und für die kritische Durchsicht des Manuskriptes möchte ich besonders Herrn Dr. W. ANDRÄ und für wertvolle Hilfe bei der Herstellung von Einkristallen, Rahmenkristallen und Schlifffbildern Herrn Dipl.-Phys. G. ELBINGER, Frau B. BURGER und Herrn W. SCHWAB danken.

Teil I und II dieser Veröffentlichung sind Auszüge aus der Dissertationsarbeit, eingereicht an der Friedrich-Schiller-Universität Jena, Januar 1960.

Literatur: [1] GENGNAGEL, H.: Berichte der Arbeitsgemeinschaft Ferromagnetismus Dortmund 1958. Stuttgart: Dr. Riederer-Verlag. — [2] WILLIAMS, H. J., R. H. BOZORTH und W. SHOCKLEY: Phys. Rev. **75**, 155 (1949). — [3] GENGNAGEL, H.: Z. angew. Phys. **13**, 527 (1961). — [4] BENNETT, W. D.: J. Iron Steel Inst. **171**, 372 (1952). — [5] MASUMOTO, H., and SAITO: Sci. Rep. RITU, A-Serie **3**, 523 (1951); **4**, 321 (1952). — YAMAMOTO, M., and S. TANIGUCHI: Sci. Rep. RITU, A-Serie **8**, 112, 193 (1956).

Dr. HERMANN GENGNAGEL,
Deutsche Akademie der Wissenschaften,
Institut für Magnetische Werkstoffe, Jena

Oberflächen- und Geometriekorrekturen für die Messung der Lebensdauer von Minoritätsträgern in Halbleitern

Von CHRISTIAN FRITZSCHE

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 25. Juni 1961)

1. Einführung und Problemstellung

Zur Messung der Lebensdauer von Minoritätsträgern in Halbleitern werden technisch vorwiegend die von VALDES [1] und von STEVENSON und KEYES [2] beschriebenen Methoden angewandt. In diese Messungen geht jedoch nicht nur die Lebensdauer, sondern auch die Oberflächenrekombination und unter Umständen die Dicke des Prüflings ein. Für diese Einflüsse sollen in dieser Arbeit übersichtliche Näherungsformeln abgeleitet und experimentell geprüft werden.

Bei der Valdes-Methode mißt man im stationären Zustand die Konzentration n der Minoritätsträger an

der Oberfläche eines Kristalls als Funktion des Abstandes r zwischen einem als Kollektor wirkenden Punktkontakt und einem langen dünnen Lichtstrich, der die Ladungsträger erzeugt. Ohne Berücksichtigung der Oberflächenrekombination erhält man bekanntlich

$$n(r) = n_0 \cdot i H_0^{(1)}\left(\frac{ir}{L}\right), \quad (1)$$

wobei n_0 eine Konstante,
 H eine Hankelsche Funktion,
 L die Diffusionslänge
ist.

Für großes r wird aus (1) annähernd

$$n = n_0 \exp - \frac{r}{L}. \quad (1b)$$

Aus $L = \sqrt{D \cdot \tau}$ erhält man die Lebensdauer τ , wenn die Diffusionskonstante D bekannt ist. Bei Berücksichtigung der Oberflächenrekombination wird nach VISVANATHAN und BATTEY [3]

$$n \sim \exp - \left(\frac{1}{L^2} + \frac{2s}{cD} \right)^{\frac{1}{2}} |x|, \quad (1c)$$

wobei s die Oberflächenrekombinationsgeschwindigkeit und c die Dicke des Prüflings ist (Abb. 1).

STEVENSON und KEYES messen das zeitliche Abklingen von n mit Hilfe der Photoleitung an einem rechteckigen Prüfling der senkrecht zu einer Fläche mit kurzen Lichtblitzen beleuchtet wird und erhalten bei hinreichend großer Länge und Höhe des Prüflings

$$n \sim \exp - \left(\frac{1}{\tau} + \frac{2s}{c} \right) t. \quad (2)$$

Dabei ist c die Dicke des Prüflings in Richtung des einfallenden Lichtes. Aus der Zeit

$$t_e = \frac{1}{\frac{1}{\tau} + \frac{2s}{c}} \quad (2a)$$

in der n auf den e -ten Teil des Ausgangswertes gesunken ist, bestimmt man τ .

Für beide Methoden ist es von Interesse, den Einfluß der Oberflächenrekombination auch bei großer Dicke c zu kennen. Sowohl nach Gl. (1c) als auch nach Gl. (2) geht der Oberflächenanteil mit wachsendem c gegen 0. Das ist aber sicher nicht richtig. Bei der Valdes-Methode ist das offensichtlich und VISVANATHAN und BATTEY beschränken die Gültigkeit ihrer Formel (1c) auf

$$c \ll \frac{2D}{s}.$$

Bei der Stevenson-Keyes-Methode ist zu beachten, daß das Licht nur ausreichend viele Trägerpaare erzeugt, wenn ein merklicher Anteil absorbiert wird. Folglich ist bei größerer Schichtdicke die Trägerkonzentration unmittelbar nach dem Lichtblitz in der Nähe der beleuchteten Oberfläche größer als im Innern des Materials, und der Abklingvorgang enthält Glieder, die den Ausgleich der ungleichmäßigen Trägerverteilung beschreiben. Im folgenden sollen die Abklingvorgänge durch übersichtliche Näherungslösungen für große Schichtdicken besser dargestellt werden, als dies durch (1c) und (2) geschieht. Die Rechnung wird mit Meßergebnissen verglichen.

Die zu lösende Differentialgleichung gewinnen wir wie üblich aus der Feststellung, daß sich nach dem Aufhören der Beleuchtung oder außerhalb des beleuchteten Gebietes und mit Ausnahme der Oberflächen die zeitliche Änderung von n aus der Rekombinationsrate n/τ und der Divergenz des Teilchenstromes berechnet.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{n}{\tau} + \operatorname{div} \mathbf{i}. \quad (3)$$

Mit

$$\mathbf{i} = e n \mu \mathcal{E} + e D \operatorname{grad} n. \quad (4)$$

Dabei ist \mathcal{E} die elektrische Feldstärke,

e die Ladung

und μ die Beweglichkeit der Minoritätsträger.

Da wir von der Berücksichtigung der elektrischen Felder absehen wollen, ergibt sich aus (3) und (4)

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{n}{\tau} + D \Delta n. \quad (3a)$$

2. Die Valdes-Methode

Das Koordinatensystem legen wir so, wie es in Abb. 2 dargestellt ist. Da wir den stationären Zustand

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 0$$

zu betrachten haben, wird aus (3a)

$$\frac{n}{D\tau} = \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial y^2}. \quad (3b)$$

Eine spezielle Lösung dieser Gleichung ist

$$n = B_1 \exp(-ax + iby) + B_2 \exp(-ax - iby). \quad (5)$$

Wenn a und b die Bedingung erfüllen

$$a^2 - b^2 = \frac{1}{D\tau} = \frac{1}{L^2}. \quad (6)$$

Da (5) für $y=0$ formal mit (1b) übereinstimmt und so den Vergleich erleichtert, liegt es nahe, nicht wie üblich erst die allgemeine Lösung unter Berücksichtigung aller Randbedingungen zu suchen und dann durch einen einfachen Ausdruck anzunähern, sondern umgekehrt, nur die Randbedingung für $y=0$ exakt vorzugeben und die Bedingungen für $y < 0$ so zu vereinfachen, daß sie von der Lösung (5) exakt erfüllt werden können.

An der Kristalloberfläche $y=0$ muß die hierzu senkrechte Komponente des Diffusionsstromes den durch die Oberflächenrekombination verursachten Ladungsträgerverlust genau ausgleichen.

$$D \left(\frac{\partial n}{\partial y} \right)_{y=0} = -s n_{y=0}. \quad (7)$$

Einsetzen von (5) in (7) ergibt

$$b = \frac{s}{D} \cdot i \left(\frac{B_1 + B_2}{B_1 - B_2} \right). \quad (8)$$

Da n reell sein muß, ist $B_1 = B_2^*$ und wenn wir $R + iI$ statt B schreiben

$$b = \frac{sR}{D \cdot I}. \quad (9)$$

Außerdem läßt sich jetzt statt (5) schreiben

$$n = 2e^{-ax} (R \cos by - I \sin by). \quad (5a)$$

Fordern wir weiter, daß bei schnellstem Weglaufen von der Oberfläche also z.B. längs der y -Achse, wenn ein gewisser Abstand εL erreicht ist, n genauso von y abhängt, wie ohne Oberflächenrekombination (1b) und entwickeln wir (5a) und (1b) für $x=0$, $y=\varepsilon L$ (ε ist negativ, r positiv!) in Reihen, so ergibt sich durch Koeffizientenvergleich der beiden ersten

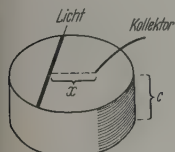


Abb. 1. Lebensdauer-messung nach VALDES

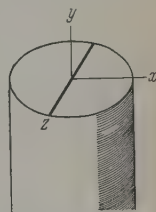


Abb. 2. Lage des Koordinatensystems bei der Berechnung der Valdes-Methode

Glieder und Einsetzen von R/I in Gl. (9) nach einfachen Umformungen

$$\frac{b - \frac{1}{L} \operatorname{tg} b \varepsilon L}{\frac{1}{L} + b \operatorname{tg} b \varepsilon L} = - \frac{b D}{s}. \quad (10)$$

Über ε kann noch frei verfügt werden. Es muß nur $\varepsilon > 1$ sein. Wählen wir ε so, daß die tg -Glieder überwiegen, so wird die Lösung von ε unabhängig und b wird eindeutig, so daß, wie gefordert, in der Lösung nur ein Glied von der Form (5) zu berücksichtigen ist. Aus (10) ergibt sich dann

$$b^2 = \frac{s}{LD}. \quad (11)$$

Mit (5a), (6) und (11) erhält man für den Verlauf der Trägerkonzentration an der Kristalloberfläche

$$n \sim \exp - \left(\frac{1}{L^2} + \frac{s}{LD} \right)^{\frac{1}{2}} x. \quad (12)$$

An Stelle des Abstandes $c/2$ von der Mitte des Prüflings bis zu den Stirnflächen in (1c) ist in (12) die Diffusionslänge getreten. Soll die Oberflächenkorrektur nicht zu groß werden, so muß

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{\sqrt{D\tau}} > \frac{s}{D}$$

bzw.

$$\tau < \frac{D}{s^2}$$

sein. Bei n-Germanium mit $s = 200$ cm/sec, $D = 48$ cm²/sec bedeutet das $\tau < 1200$ µsec.

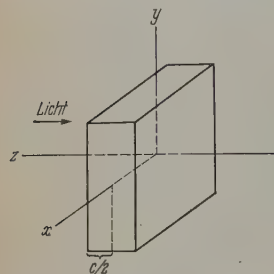


Abb. 3. Lage des Koordinatensystems bei der Berechnung der Methode von STEVENSON und KEYES

3. Die Methode von STEVENSON und KEYES

Die Dicke des Prüflings sei c . Die Lage des Koordinatensystems ist in Abb. 3 dargestellt. In der xy -Ebene werde ein großes Rechteck gleichmäßig beleuchtet, so daß der überwiegende Beitrag zur Photoleitung aus einem Gebiet stammt, in dem alle Ableitungen nach x und y verschwinden. Von (3a) bleibt nur

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{n}{\tau} + D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}. \quad (3c)$$

Als Randbedingung haben wir

$$D \frac{\partial n}{\partial z} = \mp n s \quad \text{für} \quad z = \pm \frac{c}{2}. \quad (13)$$

Ferner soll die Lichtabsorption berücksichtigt werden durch die Forderung

$$n \approx n_0 \exp - \alpha \left(\frac{c}{2} - z \right) \quad \text{für} \quad t = 0. \quad (14)$$

Gl. (3c) und (13) lassen sich erfüllen mit dem Ansatz

$$n = \sum_{\nu=0}^{\infty} A_{\nu} \cos p_{\nu} z \exp - \left(\frac{1}{\tau} + D p_{\nu}^2 \right) t + \left\{ \sum_{\nu=0}^{\infty} B_{\nu} \sin q_{\nu} z \exp - \left(\frac{1}{\tau} + D q_{\nu}^2 \right) t. \right\} \quad (15)$$

Wenn p_{ν} und q_{ν} die Gleichungen

$$\operatorname{tg} \frac{p_{\nu} c}{2} = \frac{s}{D p_{\nu}}, \quad (16a)$$

$$\operatorname{ctg} \frac{q_{\nu} c}{2} = - \frac{s}{D q_{\nu}} \quad (16b)$$

erfüllen.

Von den Summanden der Gl. (15) wird meist nur der erste verwendet, weil für größere p_{ν} und q_{ν} der Abklingvorgang so schnell vor sich geht, daß die zugehörigen Glieder schon kurz nach Aufhören der Belichtung sehr klein geworden sind. Immerhin sind aber auch die Abklingvorgänge höherer Ordnung experimentell feststellbar und man wertet deshalb gewöhnlich nur das Ende der gemessenen Kurve aus. Um die Abweichung von einer einfachen e -Funktion zu untersuchen, ist mindestens die Berücksichtigung von drei Gliedern der Gl. (15) erforderlich.

$$n = A_0 \cos p_0 z \exp - \left(\frac{1}{\tau} + D p_0^2 \right) t + \left\{ \begin{aligned} &+ A_1 \cos p_1 z \exp - \left(\frac{1}{\tau} + D p_1^2 \right) t + \\ &+ B_0 \sin q_0 z \exp - \left(\frac{1}{\tau} + D q_0^2 \right) t. \end{aligned} \right\} \quad (15a)$$

Die Koeffizienten bestimmt man durch Vergleich von (14) und (15a), wobei die transzendenten Funktionen in Reihen entwickelt und bis zum quadratischen Glied einander angenähert werden sollen. Es ergibt sich

$$A_1 = B_0 = Q = - \frac{p_0^2 + \alpha^2}{p_1^2 + \alpha^2}. \quad (17)$$

Gemessen wird nicht das Abklingen der Trägerkonzentration, sondern der gesamten Trägerzahl

$$N = F \int_{-c/2}^{+c/2} n dz,$$

wobei F die beleuchtete Fläche ist. Mit (15a) und (17) erhält man

$$N = F A_0 \left\{ \frac{2}{p_0} \sin p_0 \frac{c}{2} \exp - \left(\frac{1}{\tau} + D p_0^2 \right) t + \frac{2Q}{p_1} \sin p_1 \frac{c}{2} \exp - \left(\frac{1}{\tau} + D p_1^2 \right) t \right\}. \quad (18)$$

Um zu entscheiden, ob die Berücksichtigung beider Summanden erforderlich ist, müssen die Exponenten und die Amplituden verglichen werden. Das Amplitudenverhältnis ist

$$V_{p_1/p_0} = - \frac{p_1 (p_1^2 + \alpha^2) \sin \frac{p_0 c}{2}}{p_0 (p_0^2 + \alpha^2) \sin \frac{p_1 c}{2}}. \quad (19)$$

Nun muß noch Gl. (16a) gelöst werden. HEYWANG und ZERBST [4] haben die Näherung

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \frac{\varphi}{1 - \left(\frac{2\varphi}{\pi} \right)^2} \quad (20)$$

verwendet. Ohne die Gültigkeit der Gl. (16a) zu stören, kann man $\nu \cdot \pi$ vom Argument des Tangens abziehen und so die Anwendung der Näherung (20) für jedes p_{ν} ermöglichen.

$$\frac{\frac{p_{\nu} c}{2} - \nu \pi}{1 - \left(\frac{p_{\nu} c}{\pi} - 2\nu \right)^2} = \frac{s}{D p_{\nu}}. \quad (21)$$

Hieraus findet man

$$p_0 = \sqrt{\frac{2s}{Dc + \frac{2sc^2}{\pi^2}}} \quad (22)$$

$$p_1 = \frac{D\pi + \frac{4sc}{\pi}}{Dc + \frac{2sc^2}{\pi^2}} \pm \sqrt{\left(\frac{D\pi + \frac{4sc}{\pi}}{Dc + \frac{2sc^2}{\pi^2}}\right)^2 - \frac{6s}{Dc + \frac{2sc^2}{\pi^2}}} \quad (23)$$

Als Beispiel diene n-Silizium mit $c=0,6$ cm, $s=700$ cm/sec. $D=13$ cm²/sec, $\tau=100$ μ sec. Man erhält

$$p_0 = 4,9, \quad p_1 = 14,7.$$

Die Exponenten von (18) sind rund

$$-10300t \quad \text{und} \quad -12800t,$$

also von gleicher Größenordnung. Für das Amplitudenverhältnis (19) erhält man

$$V_{p_0 p_1} = \frac{14,7(216 + \alpha^2)0,995}{4,9(24 + \alpha^2)0,955}.$$

Wie man sieht, kann dieses Verhältnis durch Änderung von α , also z.B. lediglich durch Filter, etwa zwischen 30:1 und 3:1 geändert werden.

Mit abnehmendem c oder s gehen Gl. (22) und (23) gegen

$$p_0 = \sqrt{\frac{2s}{cD}} \quad (22a)$$

und

$$p_1 = \frac{2\pi}{c}, \quad (23a)$$

d.h.; p_1 wächst schneller. Das Amplitudenverhältnis wird mit abnehmender Dicke c größer und man erhält bei geringer Dicke den von STEVENSON und KEYES angegebenen Abklingvorgang nach Gl. (2).

Das Glied mit p_1 ist bei der Messung zu berücksichtigen, sobald α in die Größenordnung von p_1 kommt. Dem würde in unserem Beispiel eine Eindringtiefe von etwa $1/\alpha=0,07$ cm entsprechen. Wählt man die Dicke c in der Größenordnung der Eindringtiefe, so wird der Oberflächeneinfluß auf die Abklingzeit schon bei durchschnittlicher Lebensdauer ziemlich groß. Soll sie in erträglichen Grenzen bleiben, so muß

$$Dp_0^2 < \frac{1}{\tau}$$

und nach (22a)

$$\tau < \frac{c}{2s}$$

sein.

Bei $c=0,2$ cm und $s=200$ cm/sec bedeutet das $\tau < 500$ μ sec, also wesentlich weniger als bei der Valdes-Methode. In Abb. 4 ist der Zusammenhang zwischen t_e und τ für verschiedene c graphisch dargestellt. Man sieht, daß der steile Anstieg der Kurven keine exakte Bestimmung großer τ -Werte zuläßt.

4. Die Bestimmung

der Oberflächenrekombinationsgeschwindigkeit

s fällt nicht bei jeder scheinbar gleichen Oberflächenbehandlung gleich groß aus, so daß man gezwungen ist, zur Bestimmung der Oberflächenrekombination mehrere Messungen zu machen. Da oben drein (2) nur gilt, wenn c klein ist, empfiehlt sich folgendes Verfahren: Man bestimmt die Abklingzeit t_e

bei verschiedenen Dicken, extrapoliert die Funktion $t_e(c)$ auf 0 und bestimmt die Steigung. Aus (2a) folgt

$$s = \frac{1}{2} \frac{1}{\left(\frac{dt_e}{dc}\right)_{c=0}}. \quad (24)$$

τ braucht also nicht bekannt zu sein.

5. Experimentelle Ergebnisse

a) Zur Valdes-Methode

Zur Nachprüfung der Gl. (12) wurde ein n-Germanium-Kristall mehrmals abwechselnd 5 min mit CP4 (Brom durch Jod ersetzt) geätzt und 5 min in

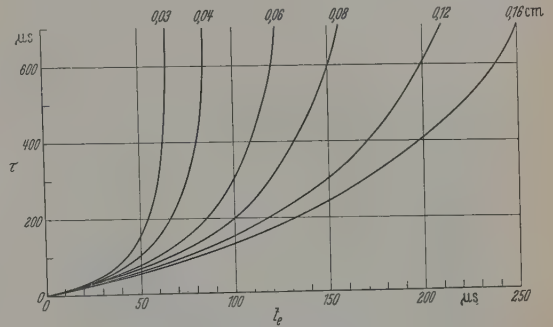


Abb. 4. Abhängigkeit der Lebensdauer von der Abklingzeit bei verschiedenen Schichtdicken. $s=200$ cm/sec

entionisiertem Wasser gekocht. Die nach (24) bestimmte Oberflächenrekombination beträgt nach eigenen Messungen 190 cm/sec bei CP4-Ätzung und 1400 cm/sec bei Wasserbehandlung. Messung der

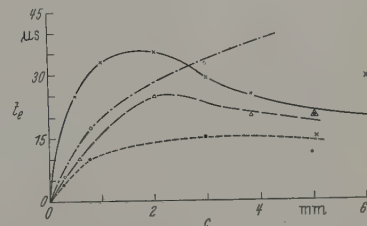


Abb. 5. Abhängigkeit der Abklingzeit von der Schichtdicke bei Silizium mit verschiedener Oberflächenbehandlung. \times n-Si HF-Ätzung; \circ p-Si Dreifachätzung; Δ p-Si geätzt in $\text{Na}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$; \bullet p-Si mechanisch aufgeraute Oberfläche

Signalspannung in Abhängigkeit vom Abstand Kollektor—Lichtstrahl ergaben im linearen Teil der logarithmisch aufgetragenen Kurven im Mittel eine Steigung von 39,0 cm⁻¹ bei CP4-Ätzung und 52,3 cm⁻¹ bei Wasserbehandlung.

In Anbetracht des großen Unterschiedes in der Oberflächenrekombination unterscheiden sich die Steigungen verhältnismäßig wenig, wie nach der Theorie zu erwarten war. Die hieraus nach Gl. (12) berechneten Lebensdauern betragen 17 μ sec und 15 μ sec, stimmen also ziemlich gut überein.

b) Zur Methode von STEVENSON und KEYES

Das Abklingen der Photoleitung wurde an Silizium bei verschiedenen Schichtdicken und verschiedenen Oberflächenbehandlungen gemessen. Die Tabelle enthält für n-Silizium, das 7 min in 40%iger Flußsäure

geätzt wurde, die Zeiten nach denen das Signal auf den halben, vierten und achten Teil seines Ausgangswertes gesunken ist, sowie deren Differenzen. Bei einer reinen e -Funktion müßten die Differenzen einander gleich sein. Wie man sieht, werden in Übereinstimmung mit der Theorie die Differenzen bei großen

Tabelle. Zeitliches Abklingen der Photoleitung von Silizium in Abhängigkeit von der Schichtdicke c

c [cm]	1	$1/2$	$1/4$	$1/8$	$1/16$	$1/32$
	μsec					
0,6	0	14	26	40	30	70
0,5	0	10	20	30	30	60
0,39	0	15	25	40	35	75
0,3	0	25	20	45	25	70
0,2	0	25	25	50	25	75
0,1	0	22,5	22,5	45	22,5	67,5
0,05	0	17,5	17,5	35	22,5	52,5
		17,5	17,5	17,5	17,5	

Schichtdicken mit der Zeit größer, d. h. das Abklingen erfolgt anfangs rascher, später langsamer. Mit abnehmendem c werden einerseits die Zeiten kürzer, andererseits überwiegt immer mehr der langsamere Vorgang bis schließlich ab 0,2 cm eine reine e -Funktion vorliegt, deren Abklingzeit mit c abnimmt. In Abb. 5 ist die Abklingzeit t_e als Funktion von c für verschiedene Oberflächenbehandlungen aufgetragen. Mit Gl. (24) erhält man aus diesen Kurven für

n-Ge 7 min geätzt in
36 Tl. HF 40%
10 Tl. H_2O_2 30%
120 Tl. entionisiertes Wasser } $s = 250$ cm/sec

n-Si 7 min geätzt in
HF 40% } $s = 950$ cm/sec

p-Si 5 min geätzt in

1% $Na_2Cr_2O_7$ -Lösung bei 80° C $s = 2500$ cm/sec

p-Si erste Ätzung 1 min in

1 Tl. HF, 3 Tl. HNO_3

zweite Ätzung 15 min in

10 Tl. HF 40%, 1 Tl. 0,4 mol

$KMnO_4$ -Lösung

dritte Ätzung 5 min in

1% $Na_2Cr_2O_7$ -Lösung bei 80° C

$s = 1800$ cm/sec

p-Si nach Dreifachätzung

mechanisch aufgerauht

$s = 5700$ cm/sec.

Zusammenfassung

Während sich für die Lebensdauerermessung nach VALDES mit zunehmender Dicke des Prüflings die Oberflächenkorrektur einem festen Wert nähert, tritt bei der Stevenson-Keyes-Methode eine Abweichung von der sonst gültigen einfachen e -Funktion auf, wenn die Dicke des Prüflings größer als die Eindringtiefe des Lichtes wird. Für die Korrekturen wurden Gleichungen abgeleitet, die bei großer Dicke gültig sind. Bei beiden Methoden wird für große Lebensdauer τ die Oberflächenkorrektur schließlich größer, als die zu bestimmende Größe τ . Die Grenzen liegen bei $\tau < c/2s$ für die Stevenson-Keyes-Methode und $\tau < D/s^2$ für die Valdes-Methode. Aus der Abhängigkeit der Abklingzeit der Photoleitung von der Dicke des Prüflings ergibt sich eine nützliche Methode zur Bestimmung der Oberflächenrekombinationsgeschwindigkeit ohne Kenntnis der Lebensdauer.

Herrn Dr. H.F. MATARÉ danke ich für viele Anregungen und für sein förderndes Interesse.

Literatur: [1] VALDES, L.B.: Proc. IRE **40**, 1420 (1952). — [2] STEVENSON, D.T., and R.J. KEYES: J. Appl. Phys. **26**, 190 (1955). — [3] VISVANATHAN, S., and J.F. BATTEY: J. Appl. Phys. **25**, 99 (1954). — [4] HEYWANG, W., u. M. ZERBST: Nachrichtentechn. Fachber. **5**, 27 (1956).

Dr. CHRISTIAN FRITZSCHE,
z. Zt. Te Ka De, Nürnberg, Halbleiterlaboratorium

Berichte

Über die neue Definition des Meters auf Grund einer Lichtwellenlänge

VON ERNST ENGELHARD und RICHARD VIEWEG

Mit 11 Textabbildungen

(Eingegangen am 16. August 1961)

1. Beschlüsse der 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht

Am 14. 10. 1960 faßte die in Paris tagende 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht einstimmig die folgenden zwei Beschlüsse über eine neue Definition des Meters auf Grund einer Lichtwellenlänge [1].

1.1. „In Anbetracht dessen, daß das Internationale Prototyp das Meter nicht mit der den heutigen Anforderungen der Meßtechnik genügenden Genauigkeit verkörpert, daß es andererseits wünschenswert ist,

eine natürliche und unvergängliche Einheit der Länge zu akzeptieren, beschließt die 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht folgendes:

1. Das Meter ist das 1650763,73fache der Wellenlänge der von Atomen des Nuklids ^{86}Kr beim Übergang vom Zustand $5d_5$ zum Zustand $2p_{10}$ ausgesandten, sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung.

2. Die auf dem Internationalen Prototyp aus einer Legierung von Platin und Iridium beruhende Meterdefinition, welche seit 1889 in Kraft war, wird als ungültig erklärt.

3. Das von der 1. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahre 1889 sanktionierte Internationale Prototyp ist im Internationalen Büro für Maß und Gewicht unter den gleichen Bedingungen zu verwahren, wie sie im Jahre 1889 festgelegt wurden.“

1.2. „Die 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht beauftragt das Internationale Komitee,

1. Vorschriften für die Darstellung der neuen Definition des Meters zu erlassen,

2. sekundäre Wellenlängennormale für die Messung von Längen mit Lichtwellen ausfindig zu machen und Anweisungen über deren Gebrauch zu erlassen und

3. die auf die Verbesserung der Längennormale gerichteten Untersuchungen weiter zu verfolgen.“

2. Internationale Meterkonvention

Die beiden zitierten Beschlüsse werden zur Folge haben, daß von nun an allen wissenschaftlichen Messungen, in welche die Längeneinheit eingeht, die neue Lichtwellenlängendefinition des Meters zugrunde gelegt wird und weiterhin, daß diese in den Staaten, wo, wie z. B. in der Bundesrepublik Deutschland, das metrische Maßsystem gesetzlich und obligatorisch ist, nach Durchführung der nötigen Maßnahmen Gesetzeskraft erhält. Dies folgt zwangsläufig aus einem seit 1875 bestehenden internationalen Staatsvertrag, der sog. Meterkonvention, welcher zur Zeit 38 Mitgliedsstaaten angehören und deren Zweck die Vervollkommnung und die Ausbreitung des metrischen Systems ist [2]. Die höchste beschlußfassende Körperschaft der Meterkonvention ist die alle sechs Jahre zusammentretende Generalkonferenz für Maß und Gewicht, in welcher alle Mitgliedsstaaten vertreten sind. Sie ist die Instanz, welche allein verbindliche Beschlüsse über Fragen des metrischen Systems fassen kann. Ihr untersteht das aus Fachleuten auf dem Gebiete der Meßtechnik und Physik zusammengesetzte Internationale Komitee für Maß und Gewicht, dessen Mitglieder von der Generalkonferenz gewählt werden und mindestens alle zwei Jahre zusammentreten. Die Aufgabe des Komitees ist es, die Arbeiten des Internationalen Büros für Maß und Gewicht (BIPM), das von den Mitgliedstaaten der Meterkonvention im Pavillon de Breteuil in Sèvres bei Paris unterhalten wird, anzuordnen und zu überwachen. Dem Internationalen Büro stehen heute die mit größeren Mitteln ausgestatteten Staatsinstitute zur Seite, wie z. B. die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), welche an den grundlegenden Untersuchungen zur Lichtwellenlängendefinition des Meters führend beteiligt war. Bei dem Internationalen Komitee für Maß und Gewicht gibt es noch sechs beratende Komitees (Comités Consultatifs) für Thermometrie, Elektrizität, Photometrie, die Definition des Meters, die Definition der Sekunde und für Ionisierende Strahlungen. Das aus Experten auf dem engeren Gebiet der Längenmeßtechnik zusammengesetzte beratende Komitee für die Definition des Meters wurde vom Internationalen Komitee im Jahre 1952 gebildet, als das Problem der Neudefinition des Meters allmählich dringlich geworden war. Nachdem es in zwei Sitzungen, 1953 und 1957, alle Gründe für und gegen eine Änderung der Meterdefinition und die in Betracht kommenden Möglichkeiten einer neuen Festlegung der Längeneinheit sorgfältig erwogen hatte, unterbreitete es dem Internationalen Komitee

seine Vorschläge zur neuen Definition des Meters auf Grund einer Lichtwellenlänge [3]. Daraufhin wurde vom Internationalen Komitee das endgültige Projekt der Lichtwellendefinition des Meters ausgearbeitet, welches nunmehr durch die Beschlüsse der 11. Generalkonferenz für die Mitgliedsstaaten der Meterkonvention verbindlich geworden ist.

3. Die bisherige Prototypdefinition, Gründe für ihre Annullierung

Die von 1889 bis 1960 gültige Definition des Meters beruhte auf dem Internationalen Prototyp. Die endgültige Version der Prototypdefinition wurde von der 7. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahre 1927 wie folgt bestimmt [4]: „Die Einheit der Länge ist das Meter. Es ist definiert durch den Abstand der Achsen der beiden mittleren Striche auf dem Stab aus

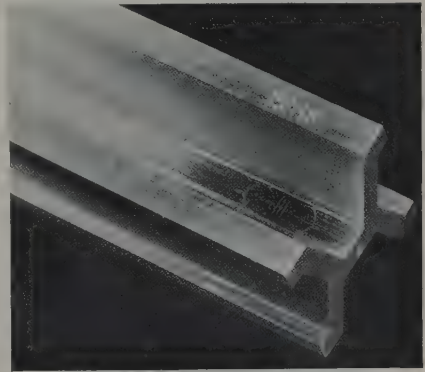


Abb. 1. Deutsches Meterprototyp Nr. 18. Ende B

Platin-Iridium, welcher im Internationalen Büro für Maß und Gewicht verwahrt wird und von der 1. Generalkonferenz für Maß und Gewicht zum Internationalen Prototyp bestimmt wurde, und zwar bei 0°C und normalem atmosphärischen Druck und unter der Bedingung, daß der Stab horizontal auf zwei symmetrisch zur Mitte liegenden Rollen von mindestens 1 cm Durchmesser im gegenseitigen Abstand von 571 mm gelagert wird.“ Der im Jahre 1889 zum Internationalen Prototyp bestimmte Maßstab wurde aus einer Serie von 30 gleichartigen Maßstäben ausgewählt, welche nach sorgfältiger Vorbereitung und mit der größten seinerzeit möglichen Herstellungsgenauigkeit aus einer Legierung von 90% Platin und 10% Iridium von der Firma Johnson und Matthey in London gefertigt worden war. Die übrigen Maßstäbe wurden, nachdem die Abweichung ihrer Längen vom dem Internationalen Prototyp bestimmt worden war, an die Staaten der Meterkonvention und an das Internationale Büro als nationale Prototypen bzw. als Arbeitsnormale verteilt. Einen dieser Maßstäbe, das Prototyp Nr. 18, welches das Deutsche Reich erhielt, zeigt die Abb. 1. Dieses Bild stellt das eine Ende des Prototyps Nr. 18 — bezeichnet mit B 18 — dar. Der X-förmige Querschnitt wurde gewählt, um den Maßstäben eine möglichst große Starrheit zu verleihen und den Einfluß der Durchbiegung bei der vorgeschriebenen Auflagerung der Maße auf zwei Rollen möglichst weitgehend auszuschalten. In der neutralen Faser, d. h. in der Zone des Maßstabes, die bei der

Durchbiegung weder gedehnt noch gestaucht wird, sind an jedem Ende drei Striche quer zur Längsachse gezogen. Die beiden mittleren sind die Begrenzungs- marken der durch den Maßstab verkörperten Strecke. Das Internationale Prototyp, welches dem in Abb. 1 gezeigten Prototyp Nr. 18 vollkommen gleicht, ist also ein Strichmaß, bei dem die Meterstrecke durch den Abstand von zwei Strichen unter den in der Definition genannten Bedingungen definiert ist.

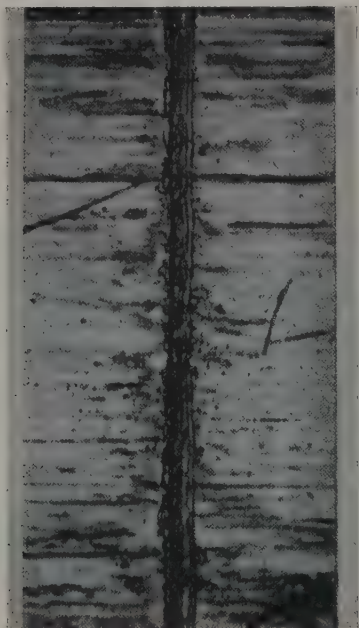


Abb. 2. Strich auf dem Meterprototyp Nr. 26 in 500facher Vergrößerung

In den einschlägigen Beschlüssen der 11. General- konferenz (1.1.) werden zwei Gründe für die Annullierung dieser Strichmaßdefinition des Meters genannt:

1. Unzureichende Genauigkeit des Internationalen Prototyps,
2. das Bestreben, das willkürliche und verlierbare Prototyp durch eine natürliche und unverlierbare Einheit der Länge zu ersetzen.

3.1. Unzureichende Genauigkeit des Internationalen Prototyps

Um den zuerst genannten Grund zu verstehen, ist es nötig, sich über zweierlei Aufschluß zu verschaffen: über die Genauigkeit oder umgekehrt über die Unsicherheit des Internationalen Prototyps einerseits und über die heutigen Anforderungen an die Genauigkeit der Längeneinheit andererseits.

3.11. Unsicherheit des Internationalen Prototyps

Was die Unsicherheit des Meterprototyps betrifft, so hat diese verschiedene Ursachen. Zu einem kleinen Teil rührt sie von der Unbestimmtheit der in der Prototypdefinition festgelegten Bedingungen her, überwiegend aber ist sie durch die Unzulänglichkeit der Striche bedingt, welche vor allem die Sicherheit der Maßabnahme einschränkt. Auch die Möglichkeit einer

Instabilität des Prototyps in Gestalt von spontanen, irreversiblen Längenänderungen ist zur Deutung der beobachteten Unsicherheit in Betracht zu ziehen.

3.111. *Unbestimmtheit der Bedingungen.* Die in der Prototypdefinition festgelegten Bedingungen beziehen sich auf Luftdruck, Auflagerung und Temperatur. Luftdruck und Auflagerung beeinflussen die Länge des Prototyps in so geringem Maße, daß der durch sie bedingte Anteil der Unsicherheit keine nennenswerte Rolle spielt [5]. Vorausgesetzt, daß der Luftdruck innerhalb der wetterbedingten Grenzen in Meereshöhe von etwa 730 Torr bis 790 Torr bleibt und die vorgeschriebene Distanz der Rollenlager auf einige Millimeter genau eingehalten wird, sind die zu erwartenden Längenabweichungen wesentlich kleiner als 10^{-8} m. Schwierigkeiten bereitet allein die Bedingung der Temperatur. Die vorgeschriebene Temperatur ist 0°C . Grundsätzlich ist also das Prototyp zwecks Feststellung seiner Länge auf diese Temperatur zu bringen. Die Unsicherheit der Temperatur, die dabei praktisch in Kauf genommen werden muß, die aber bei den Prototypbestimmungen in der Vergangenheit schwerlich je eingehalten wurde, ist mindestens $\pm 0,001^\circ$. Genauer läßt sich die Temperatur eines Körpers wie des Meterprototyps erfahrungsgemäß nicht bestimmen. Bei einem Koeffizienten der Wärmeausdehnung des Prototyps von $8,621 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$ [6] ist die Mindestunsicherheit der Länge des Prototyps rund $\pm 10^{-8}$ m. Eine Meßunsicherheit der Temperatur von $\pm 0,001^\circ$ setzt aber einen beträchtlichen Aufwand und viel Erfahrung voraus. Daher ist die Temperaturbedingung der Prototypdefinition als ein Mangel anzusehen.

3.112. *Unsicherheit der Maßabnahme.* Die von den Bedingungen der Definition abhängige Unsicherheit des Prototyps von der Größenordnung $\pm 10^{-8}$ m wäre allein kaum Grund genug für eine Neudefinition des Meters gewesen. Von wesentlich größerer Bedeutung war die unzulängliche Beschaffenheit der Strichmarken des Prototyps, welche die Sicherheit der Maßabnahme vom Prototyp entscheidend beeinträchtigt. Die Abb. 2 stellt die Aufnahme eines Striches auf einem der 30 Prototypen in etwa 500facher Vergrößerung dar [7]. Die Striche auf dem Internationalen Prototyp unterscheiden sich qualitativ von dem gezeigten Strich nicht wesentlich. Das Bild des Striches erinnert an eine mit dem Pflug gezogene Ackerfurche. Störend ist vor allem der deutlich sichtbare, beim Ziehen des Striches mit dem Diamantstichel erzeugte Grat, welcher die Begrenzung des Striches ungerade und überhaupt unbestimmt erscheinen läßt. Daher ist, wie die Erfahrung lehrt, die Maßabnahme, welche meist mit Hilfe von Zielmikroskop und Feinmekular ausgeführt wird, weitgehend von persönlichen Faktoren des Beobachters abhängig. Andere Umstände, die Beleuchtung der Strichmarken, das Profil und die unvermeidliche Verschmutzung der Striche sind von noch größerem Einfluß [5]. Sie lassen sich auch nicht, wie die persönlichen Faktoren, durch Verwendung der heute mehr und mehr an Bedeutung gewinnenden unpersönlichen photoelektrischen Beobachtungsmethode [8], [9] eliminieren. Aus den zahlreichen Erfahrungen, die vor allem im Internationalen Büro für Maß und Gewicht, aber auch in den großen Staatsinstituten gesammelt worden sind [5], ist zu schließen, daß die Unsicherheit der Maßabnahme am

Internationalen Prototyp auf etwa $\pm 2 \cdot 10^{-7}$ m — auch bei Anwendung des photoelektrischen Verfahrens — zu veranschlagen ist, etwa 20mal so hoch wie der durch die Bedingungen der Prototypdefinition gegebene Anteil (3.111.).

3.113. Instabilität des Prototyps. Die Unsicherheit des Prototyps, welche zu einem kleinen Teil auf die Unbestimmtheit der Bedingungen (3.111.) und in der Hauptsache auf die Unsicherheit der Maßabnahme infolge der unzulänglichen Beschaffenheit der Strichmarken (3.112.) zurückzuführen ist, würde sich noch erhöhen, falls sich die verschiedentlich aufgetauchten Zweifel an der Stabilität des Prototyps als berechtigt erweisen sollten. Die Möglichkeit von irreversiblen Längenänderungen des Prototyps trat in erschreckendem Maße bei der ersten allgemeinen Prototypvergleichen in den Jahren 1921/1922 zutage. Die neu bestimmten Fehler der nationalen Prototypen (3.) wichen bis zu $0,88 \mu\text{m}$ von den im Jahre 1889 angegebenen ab [6]. Die Differenzen wurden auf Meßfehler und auf Unfälle oder unsachgemäße Behandlung der betreffenden nationalen Prototypen zurückgeführt. Es ist aber heute zumindest zweifelhaft, ob wirklich keine Längenänderungen eingetreten waren. Die in größeren Zeitabständen wiederholten Vergleichen einer Reihe von Arbeitsnormalen des Internationalen Büros für Maß und Gewicht mit dem Internationalen Prototyp ergaben eine nahezu gleichmäßige Verlängerung aller Arbeitsnormale relativ zum Internationalen Prototyp [5]. Mit einiger Wahrscheinlichkeit war daher auf eine Verkürzung des Internationalen Prototyps zu schließen, die von 1888 bis 1936 den Betrag von etwa $0,25 \mu\text{m}$ erreicht hätte. Weitere Vergleichen im Jahre 1957 haben den Verdacht der Instabilität des Internationalen Prototyps verstärkt. Danach scheint von 1936 bis 1957 eine weitere Verkürzung um etwa $0,27 \mu\text{m}$ eingetreten zu sein [10], so daß sich die gesamte Verkürzung auf rund $0,5 \mu\text{m}$ belaufen würde.

Mit Sicherheit läßt sich die Frage, ob sich die Länge des Internationalen Prototyps geändert hat oder nicht, durch Vergleichung von gewöhnlichen Maßstäben nicht entscheiden. Es bedürfte dazu eines Längenmaßes, dessen Stabilität über jeden Zweifel erhaben ist. Als solches Maß wird seit langem die Lichtwellenlänge von monochromatischem Licht angesehen. Die mehrfach wiederholten Anschlüsse des Internationalen Prototyps an die Lichtwellenlänge der roten Kadmiumlinie [25] sind nicht genau genug, um mehr daraus zu folgern als daß etwaige Längenänderungen des Internationalen Prototyps sicher kleiner als $1 \mu\text{m}$ waren. Eine Verkürzung um $0,5 \mu\text{m}$, welche nach den im Internationalen Büro für Maß und Gewicht ausgeführten Maßstabsvergleichen wahrscheinlich ist, wäre mit den Ergebnissen der Lichtwellenlängenanschlüsse des Prototyps durchaus vereinbar.

3.12. Genauigkeit und Genauigkeitsanforderungen

Über die gesamte Unsicherheit des Internationalen Meterprototyps läßt sich also aussagen, daß sie mit großer Gewißheit größer ist als $\pm 10^{-7}$ und kleiner als $\pm 10^{-6}$ (3.11.). Durch diese Unsicherheit sind die äußersten Grenzen der Genauigkeit der auf das Prototyp bezogenen Messungen bestimmt, welche

aber — streng genommen — nur dann erreicht werden können, wenn das Prototyp selbst zur Messung herangezogen wird. Dieser Unsicherheit von $\pm 10^{-7}$ bis $\pm 10^{-6}$ stehen sehr unterschiedliche Genauigkeitsanforderungen gegenüber.

Bei der überwältigenden Zahl der alltäglichen Längenmessungen ist die erforderliche Genauigkeit im allgemeinen äußerst gering. Die sog. Verkehrsfehlergrenzen für geeichte Maßstäbe zum Gebrauch im Handel sind z.B. von der Größenordnung 10^{-3} .

Wesentlich höhere Anforderungen werden an die Genauigkeit der industriellen Längenmessungen gestellt, welche hinsichtlich ihrer Häufigkeit und Genauigkeit in der Längenmeßtechnik eine absolut dominierende Stellung einnehmen. Die Genauigkeitsansprüche sind dabei mit der fortschreitenden Entwicklung der Methoden der Massenfertigung und des Austauschbaus ständig gestiegen. Die heute für die industrielle Fertigung geforderten und erreichten kleinsten Toleranzen für Werkstücke und Lehren, welche im ISA (International Standards Association)-Passungssystem festgelegt sind, liegen zwischen $\pm 10^{-4}$ und $\pm 10^{-5}$ [11]. Im Zuge der Entwicklung und Herstellung von ferngelenkten Raketen oder künstlichen Satelliten bahnt sich ein weiterer Vorstoß in die bisher für kaum erreichbar gehaltene Region von $\pm 10^{-5}$ bis $\pm 10^{-6}$ an. Allein zur Einhaltung einer Fertigungstoleranz von $\pm 10^{-4}$ bis $\pm 10^{-5}$ werden Meßzeuge und insbesondere Längennormale benötigt, deren Unsicherheiten den Bereich von $\pm 10^{-5}$ bis $\pm 10^{-6}$ nicht überschreiten. Für die zulässigen Abweichungen von Industrienormalen, insbesondere z.B. von Parallelendmaßen, sind daher in allen führenden Industrieländern Toleranzbereiche von $\pm 10^{-5}$ bis $\pm 10^{-6}$ festgesetzt [12]. Die Meßzeugindustrie ihrerseits, welche die Industrienormale herstellt, muß über Längennormale verfügen können, deren Unsicherheit nicht größer als $\pm 10^{-6}$ ist. Damit sind bereits die Grenzen des Internationalen Prototyps erreicht. Es ist nicht anzunehmen, daß die industrielle Entwicklung schon am Ende angelangt ist. Das ist heute so wenig der Fall wie im Jahre 1889, als das Internationale Prototyp noch um mindestens zwei bis drei Zehnerpotenzen über die Genauigkeitsansprüche der Industrie erhaben war. Um daher ernstliche, schon für die nächste Zukunft vorauszusehende Schwierigkeiten zu vermeiden, dürfte nicht länger gezögert werden, die Situation der Längeneinheit grundsätzlich zu bessern.

Die höchsten Genauigkeitsanforderungen kommen selbstverständlich von seiten der Wissenschaft, von Physik, Geodäsie und Astronomie. Die Erfassung des Raumes, in dem sich die physikalischen Vorgänge abspielen, beruht auf der Messung von Längen. Darin besteht die fundamentale Bedeutung der Größenart „Länge“. Längenmessungen gehören daher zu den häufigsten Messungen des Physikers. Die Bestimmung aller physikalischen Größen, die die Dimension einer Länge oder einer Potenz der Länge haben, wie z.B. Wellenlängen aller Art, Wellenzahl, Kapazität, Induktivität, Fläche und Volumen, läßt sich auf eine reine Längenmessung zurückführen. Bei der Messung von anderen Größen, z.B. der Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft, von elektrischem Strom, Widerstand, geht die Messung einer Länge mit mehr oder weniger Gewicht ein. Manchmal sind solche Messungen, z.B. Messungen von Wellenlängen, der Licht-

geschwindigkeit, der Fallbeschleunigung, der Gravitationskonstante, des absoluten Ohms, von fundamentaler Bedeutung für die Physik. In solchen Fällen wird die äußerste Genauigkeit angestrebt, welche grundsätzlich durch die Unsicherheit der eingehenden Einheiten beschränkt ist. Es kommt also darauf an, diese so genau wie möglich festzulegen, zum mindesten müssen ihre Genauigkeiten miteinander in Einklang stehen. Wegen ihrer vielfältigen Verflechtung gilt das insbesondere für die drei Grundeinheiten der Mechanik, Meter, Kilogramm und Sekunde. In dieser Hinsicht fällt das Internationale Meterprototyp mit einer Unsicherheit von mindestens $\pm 10^{-7}$, 10 bis 100mal größer als die des Kilogramms und der Sekunde, aus dem Rahmen. Im Prinzip war daher die Genauigkeit solcher physikalischer Größen, in die die Länge eingeht, allein durch die Unsicherheit des Meterprototyps begrenzt, eine höchst unbefriedigende Situation, welche dringend Besserung erheischte.

Die große Bedeutung einer genauen Längeneinheit für die Geodäsie erhellt allein daraus, daß nicht nur das von der Französischen Akademie der Wissenschaften im Jahre 1791 vorgeschlagene Meter in seiner ersten Gestalt als zehnmillionter Teil eines Erdmeridianquadranten geodätisch definiert war [13], sondern daß auch der entscheidende Anstoß für die Schaffung des Internationalen Prototyps von der geodätischen Wissenschaft ausging [14]. Die Domäne der Geodäsie ist die Erforschung der Gestalt der Erde und die Messung von Entfernungen auf der Erde, kurz die Erdvermessung, eine Aufgabe, die ohne eine wohldefinierte Längeneinheit nicht befriedigend zu lösen ist. Die Wichtigkeit der geodätischen Längenmessungen auf der Erde wird noch besonders dadurch unterstrichen, daß auf ihnen auch alle astronomischen Entfernungsangaben für den Weltenraum fußen.

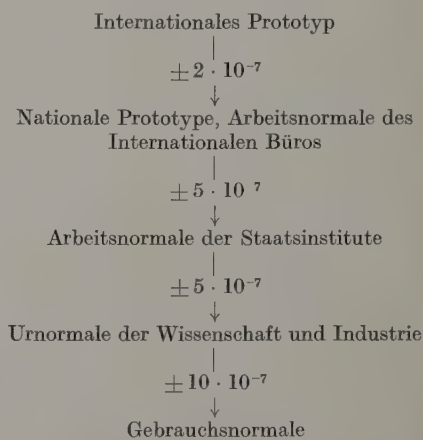
3.2. Folgen des willkürlichen Charakters der Prototypdefinition

Da die unzureichende Genauigkeit des Prototyps im wesentlichen eine Folge seines schlechten technischen Zustands ist (3.1.), wäre es naheliegend gewesen, die Situation der Längeneinheit durch Schaffung eines neuen, modernen, den heutigen Genauigkeitsbedürfnissen angepaßten Prototyps zu bessern. Das wäre möglich gewesen, da in neuerer Zeit nicht nur bemerkenswerte Fortschritte bei der Herstellung von Strichen [5] gemacht wurden, sondern weil auch die Technik der Maßabnahme durch Anwendung photoelektrischer Mikroskope [8], [9] vervollkommenet werden konnte. Noch besser wäre es vielleicht gewesen, von einem Strichmaßprototyp ganz abzugehen und es durch ein Prototyp in Form eines Parallelendmaßes aus einem stabilen Material, etwa aus einem Einkristall zu ersetzen. So hätte zweifellos eine ziemlich vollkommene neue Prototypdefinition geschaffen werden können. Aber dies wurde nicht näher erwogen wegen des grundsätzlichen Nachteils einer Prototypdefinition, auf den in dem Beschluß der 11. Generalkonferenz hingewiesen wird (1.1.) und der damit zusammenhängt, daß das Meterprototyp wie jedes Prototyp keine natürliche und damit auch keine unvergängliche, sondern eine willkürliche, auf einem einmaligen Stück Materie beruhende Einheit ist, die beschädigt, zerstört oder verloren werden und sich

in unkontrollierbarer Weise verändern kann (3.113.). Um das Meterprototyp zu schützen, mußte es mit besonderer Vorsicht verwahrt werden — im Keller des Pavillon de Breteuil, am Sitz des Internationalen Büros für Maß und Gewicht (2.), wo es mehr als 70 Jahre nahezu unbenutzt ruhte. Allein im Internationalen Büro konnte mit dem Prototyp selbst gemessen werden — jedoch nur mit Genehmigung des Internationalen Komitees (2.). In der Zeit von 1889 bis 1952 wurde es z. B. insgesamt nur fünfmal zu wichtigeren Messungen verwendet [5]. Zu der großen Zahl der übrigen Längenmessungen in Wissenschaft und Industrie konnte das Prototyp nicht herangezogen werden.

3.21. Zwischenableitungen

Ein Maßsystem, das auf eine willkürliche, einmalige Einheit, wie das Internationale Meterprototyp, bezogen ist, erfordert die Unterhaltung einer Hierarchie von sekundären Normalen, Prototypkopien, Arbeitsnormalen, Urnormalen, Hauptnormalen oder wie sie sonst genannt werden mögen — welche laufend mit großem Aufwand untereinander und mit der Einheit selbst verglichen werden müssen. Der Physiker, der Ingenieur oder der Geodät bekommt unter solchen Umständen sein Maß nicht aus erster, sondern im günstigsten Fall aus zweiter, meist aber erst aus dritter oder sogar weiterer Hand. So führt im allgemeinen der Weg zur Messung einer Länge vom Prototyp über mehrere „Zwischenableitungen“ etwa nach folgendem Schema, in welchem die mit den jeweiligen Operationen verknüpften erfahrungsgemäßen Unsicherheiten angegeben sind:



Die unvermeidlichen Fehler der Zwischenableitungen pflanzen sich dabei gesetzmäßig fort. Hinzu kommt die Unsicherheit durch etwaige, nicht ohne weiteres kontrollierbare Längenänderungen der vom Prototyp abgeleiteten Normale. Ist also mit Hilfe eines vom Prototyp abgeleiteten Normalmaßstabes eine Längenmessung ausgeführt worden, so wäre es — streng genommen — nötig, den ganzen Prozeß der Ableitung nach der Messung zu wiederholen. Stellte sich dabei eine Änderung heraus, so ist grundsätzlich nicht zu entscheiden, welches der an der Ableitung beteiligten Normale sich geändert hat und wann die Änderung eingetreten ist: vor, während oder nach der

Messung. Zur Unsicherheit der Messung wäre also eine zusätzliche Unsicherheit im Betrage der festgestellten Änderung hinzuzurechnen.

3.22. Genauigkeit der auf das Prototyp bezogenen Längenmessungen im allgemeinen

Die Unsicherheit der Längenmessungen ist nur in wenigen Ausnahmefällen mit der Unsicherheit des Prototyps selbst zu identifizieren (3.12.). Durch die im allgemeinen nicht zu vermeidenden Zwischenableitungen wird sie auf ein Vielfaches gesteigert, sei es infolge der bei den Zwischenableitungen auftretenden Fehler oder etwaiger Instabilitäten der an den Zwischenableitungen beteiligten Normale. Die in Jahrzehnten gesammelten Erfahrungen lehren denn auch, daß selbst bei den genauesten wissenschaftlichen Längenmessungen eine Meßunsicherheit von $\pm 10^{-6}$ kaum unterschritten worden ist.

4. Die Wellenlängendefinition des Meters

Wenn also die Genauigkeit der Längenmessungen entscheidend gebessert werden sollte, so genügte es nicht, das Internationale Meterprototyp durch ein modernes zu ersetzen, sondern es mußte etwas gänzlich Neues geschaffen werden, eine Längeneinheit, die genügend genau ist und die vor allem nicht den Nachteil einer willkürlichen Einheit hat, für die Allgemeinheit unzugänglich zu sein. Der Vorzug, grundsätzlich an jedem Ort zu jeder Zeit für jedermann zur Verfügung zu sein, zeichnet die sog. natürlichen Einheiten aus.

4.1. Begriff der natürlichen Einheit

Natürliche Einheiten sind Einheiten, die entweder direkt in der Natur vorkommen oder durch wiederholbare, nach gewissen Vorschriften oder allgemeinen Naturgesetzen ablaufende Vorgänge reproduziert werden. Da sie grundsätzlich an jedem Ort und zu jeder Zeit mit naturbedingter Genauigkeit dargestellt werden können, sind sie im Gegensatz zu Prototypen unverlierbar. Sie können zu allen Messungen unmittelbar benutzt werden, so daß Zwischenableitungen mit ihren unvermeidlichen Unsicherheiten entfallen.

4.11. Beispiele natürlicher Längeneinheiten

Als primitive natürliche Einheiten fungierten in den Frühzeiten der menschlichen Kulturen gewisse Abmessungen des menschlichen Körpers, die immer zur „Hand“ sind, z. B. Zoll (Daumenbreite), Fuß, Elle, Klafter (Armspanne) usw. Natürliche Einheiten waren diese aber nur, solange sie nicht durch „Prototypen“ verkörpert worden waren. Sie waren für die damaligen Bedürfnisse genau genug. Es ließen sich noch manche andere Einheiten ausfindig machen, die als natürliche Längen vorkommen. RÉAUMUR hatte z. B. den merkwürdigen Gedanken, daß der Durchmesser von Honigwaben eine brauchbare natürliche Einheit sein könnte [15]. Der Physiker könnte heute etwa an die Gitterkonstante irgend eines Kristalls, an den Durchmesser eines Atoms oder Elektrons denken. Aber solche Einheiten erfüllen meist nicht die notwendige Voraussetzung, daß mit ihnen andere Längen bequem und genügend genau gemessen werden können [16].

Der erste Vorschlag einer natürlichen Einheit, der wissenschaftliches Format hat, ist im 17. Jahrhundert gemacht und später vor allem von HUYGHENS verfochten worden. Er besteht darin, die Länge des Sekundenpendels als natürliche Einheit der Länge einzuführen [13]. Die Länge des Sekundenpendels repräsentiert eine natürliche Einheit der zweiten Art, eine natürliche Einheit, welche zwar nicht direkt in der Natur vorkommt, aber durch einen wiederholbaren Vorgang dargestellt wird (4.1.). Der wiederholbare Vorgang besteht in den Schwingungen eines Pendels. Die Bedingungen sind: Schwingungsdauer gleich 1 sec, geographische Breite 45° , Meereshöhe, Vakuum. Dadurch ist der wiederholbare Vorgang hinreichend bestimmt. Die so dargestellte Einheit läßt sich jederzeit mehr oder weniger genau reproduzieren, prinzipiell auch an jedem Ort, wenn der Einfluß der geographischen Breite und der Höhe auf die Schwingungsdauer durch Messungen bestimmt wird. Da die Sekundenpendeleinheit die Zeiteinheit involviert, ist der ursprüngliche Vorschlag, das Meter darauf zu beziehen, wieder verworfen worden [13].

4.12. Definition einer natürlichen Einheit durch eine Lichtwellenlänge

Das Verdienst, als erster ausgesprochen zu haben, daß die Lichtwellenlänge von monochromatischem Licht eine natürliche Längeneinheit darstellt, welche einem auf das Sekundenpendel oder den Erdquadranten bezogenen Maß grundsätzlich überlegen wäre, kommt — soweit bekannt ist — dem französischen Physiker BABINET zu [17]. Der deutsche Astronom LAMONT hat dieselbe Idee deutlicher interpretiert [18]. Nach BABINET und LAMONT hätte die Definition einer natürlichen Lichtwellenlängeneinheit der Länge etwa so lauten können: „Die Länge l ist das n -fache des gegenseitigen Abstands d der äquidistanten Spalte eines Beugungsgitters, welches die Fraunhofersche Linie D um den Winkel δ ablenkt“. Diese Definition ist gewissermaßen eine indirekte Wellenlängendefinition, weil in ihr die Wellenlänge λ als Maß direkt nicht auftritt, sondern nur der Beugungswinkel δ , welcher eine nicht lineare Funktion von λ ist ($\delta = \arcsin \frac{\lambda}{d}$).

Wie sie praktisch hätte verwirklicht werden können, hat LAMONT in folgender Weise näher erläutert: „Wünschte Jemand z. B. in Amerika, wo eine authentische Copie des Mètre nicht ohne Kosten und Zeitverlust zu erhalten wäre, die genaue Länge dieses Maßes zu wissen, so hätte er nur durch Zusammenstellung zweier Micrometerschrauben von gleichem Gewinde, oder durch Übertragen der Gänge einer Micrometerschraube auf Glas ein Gitter zu bilden, und fände er z. B., daß durch sein Gitter die Linie D im ersten Spectrum einen Abstand von $4' 30''$ erhielt, so könnte er sagen, daß $2223\frac{1}{4}$ Umgänge seiner Micrometerschraube der Länge des Mètre gleich seyen.“ Für BABINET und LAMONT war die Lichtwellenlänge indes nicht mehr als eine Konstante, welche bei den „Diffractions-Phänomenen“ auftritt. Was MAXWELL etwa ein Menschenalter später über Einheiten geäußert hat, offenbart demgegenüber einen bemerkenswerten wissenschaftlichen Fortschritt [19]: „Wenn wir also absolut unveränderliche Einheiten der Länge, Zeit und Masse schaffen wollen, so müssen wir diese nicht in den Abmessungen, in der Bewegung oder in

der Masse unseres Planeten suchen, sondern in der Wellenlänge, Frequenz und Masse der unvergänglichen, unveränderlichen und vollkommen gleichartigen Atome.“ Für MAXWELL, der mit diesen prophetischen Worten auf die ursprüngliche Ableitung des Meters vom Erdquadranten [13] anspielt, war die Lichtwellenlänge also schon ein atomarer Eigenwert. Etwa um die gleiche Zeit machte der holländische Physiker VAN DER WILLIGEN den vom Standpunkt der Längenmeßtechnik außerordentlich interessanten Vorschlag, Verschiebungen durch Zählung von Newtonschen Interferenzen zu messen [20], aber schon im Jahre 1864 hatte FIZEAU den Gedanken, eine Lichtwellenlänge zur Messung von Verschiebungen zu benutzen, durch die Erfindung seines Dilatometers in die Tat umgesetzt [21]. 1882 hat KOCH nach der gleichen Methode die Fehler einer Meßschraube bestimmt und in diesem Zusammenhang auf die grundsätzliche Möglichkeit hingewiesen, eine Lichtwellenlänge als unveränderliches Naturmaß zu benutzen [22]. Den entscheidenden Vorstoß in Richtung auf eine Wellenlängeneinheit der Länge unternahm aber erst MICHELSON im Jahre 1893 durch seinen berühmten ersten Anschluß der Wellenlänge der roten Kadmiumlinie an das Meter [23].

4.2. Die provisorische Definition des Meters durch die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie

Der zuerst von MICHELSON ausgeführte Anschluß der roten Kadmiumlinie an das Meter (4.12.) wurde im Jahre 1906 von BENOÎT, FABRY und PEROT [24], viel später auch von WATANABE und IMAZUMI, SEARS und BARRELL, KÖSTERS, LAMPE und ENGELHARD, ROMANOVA, VARLICH, KARTASHEV und BATARCHUKOWA nach verschiedenen Methoden wiederholt [25]. Die Resultate aller Lichtwellenlängen-Anschlüsse stimmen — wie nicht anders zu erwarten — innerhalb der Unsicherheit der Prototypdefinition des Meters miteinander überein. Insbesondere die Arbeiten von MICHELSON und von BENOÎT, FABRY und PEROT haben die auf eine natürliche Einheit der Länge gerichteten Bestrebungen kräftig belebt. Im Jahre 1907 nahm zunächst die Internationale Union für Sonnenforschung (International Union for Cooperation in Solar Research) den von BENOÎT, FABRY und PEROT bestimmten Wert für die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie in spektroskopischer Normalluft, d.h. in trockener Luft von 15°C, von 1 atm Druck und normalem Kohlensäuregehalt von 0,03 Volum-% als Grundlage für die spektroskopische Einheit der Wellenlänge, die Ängströmeinheit an [25]. Die 7. Generalkonferenz für Maß und Gewicht hat sodann im Jahre 1927 folgendes beschlossen [26], [27]:

„Die rote Kadmiumlinie wird als primäres Normal für spektroskopische Wellenlängen angenommen.

Die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie in trockener Luft von 15°C, von 1 atm Druck und normalen Kohlensäuregehalt von 0,03 Volum-% hat den von BENOÎT, FABRY und PEROT bestimmten Wert

$$\lambda = 6438,4696 \cdot 10^{-10} \text{ m,}$$

vorausgesetzt, daß die dieser Wellenlänge entsprechende Strahlung von der im folgenden näher charakterisierten Michelson-Lampe (Abb. 3) emittiert wird:

Entladungslampe mit zwei kalten Elektroden, betrieben mit Gleich- oder Wechselspannung von technischer Niederfrequenz,

Temperatur t der Lampe: $300^\circ \text{C} \leq t \leq 320^\circ \text{C}$,

Luftgehalt: 0,7 Torr bis 1 Torr,

Durchmesser d der Kapillare: $d = 2 \text{ mm}$,

Stromdichte j der Entladung an der engsten Stelle der Lampe: $j \leq 7 \text{ mA mm}^{-2}$.

Der in provisorischer Weise in Wellenlängen der roten Kadmiumlinie ausgedrückte Wert des Meters ist unter den genannten Voraussetzungen also gleich 1553 164,13 Wellenlängen auf die letzte angegebene Stelle genau.“

Mit diesem Beschluß ist somit der von BENOÎT, FABRY und PEROT ermittelte Wert des Meters in

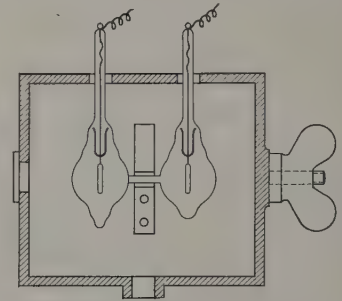


Abb. 3. Kadmiumlampe nach MICHELSON

Wellenlängen der roten Kadmiumlinie durch die oberste Instanz der Meterkonvention sanktioniert worden.

4.21. Bedeutung der provisorischen Wellenlängendefinition

Obleich der in Wellenlängen der roten Kadmiumlinie ausgedrückte Wert des Meters (4.2.) in dem Beschluß der 7. Generalkonferenz für Maß und Gewicht ausdrücklich als provisorisch gekennzeichnet ist, sind doch in der Folge nahezu alle genauen Längenmessungen, insbesondere die überwiegende Zahl der industriellen Messungen mit Hilfe von Lichtwellenlängen ausgeführt und auf die rote Kadmiumlinie bezogen worden [28]. Die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie spielte dabei die Rolle eines Zwischennormals mit dem Charakter einer natürlichen Einheit. Sie ist als solche allgemein zugänglich und erfahrungsgemäß mit einer Genauigkeit zu reproduzieren, die etwa zehnmal größer als die des Prototyps ist. Die Unsicherheit des durch die Michelson-Lampe definierten Wellenlängenwertes ist nicht größer als etwa $\pm 2 \cdot 10^{-8}$. Innerhalb dieser engen Grenzen sind die auf die rote Kadmiumlinie bezogenen Längenangaben — und das sind seit 1927 alle genaueren — miteinander vergleichbar. Dadurch allein war es möglich, daß die unbefriedigende Prototypdefinition noch bis 1960 ertragen werden konnte. Bezogen auf das Internationale Prototyp, das bis dahin die gesetzliche Längeneinheit repräsentierte, können die von der roten Kadmiumlinie abgeleiteten Längenangaben um einen Betrag fehlerhaft sein, der durch die Unsicherheit der Ableitung des Wellenlängenwertes der roten Kadmiumlinie vom Meter gegeben ist und auf etwa $\pm 3 \cdot 10^{-7}$ zu veranschlagen ist [25].

4.22. Mängel der provisorischen Wellenlängendefinition

Da nun durch die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie schon eine — wenn auch provisorische — Wellenlängendefinition des Meters gegeben und sogar lange Zeit in Gebrauch war, hätte nahe gelegen, einfach die Prototypdefinition durch die Kadmiumwellenlängendefinition zu ersetzen. Diese Lösung kam aber wegen verschiedener Mängel der Kadmiumwellenlängendefinition, die es nicht erlauben, die volle mögliche Genauigkeit der Wellenlänge auszuschöpfen, nicht in Frage.

4.221. Die provisorische Kadmiumwellenlängendefinition beruht auf der Wellenlänge einer sich in Luft ausbreitenden Strahlung. Sie ist daher mit den Unsicherheiten und Schwierigkeiten der Bestimmung des atmosphärischen Zustandes, des Drucks, der Temperatur und der Zusammensetzung der Luft belastet. Für die Definition einer so fundamentalen Einheit wie die Längeneinheit eignet sich nur die Wellenlänge einer sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung.

4.222. Die Kadmiumwellenlängendefinition beruht außerdem auf einer Strahlung, die im strengen Sinne nicht monochromatisch ist. Sie wird von Kadmium emittiert, und zwar von Kadmium schlechthin, wie es in der Natur vorkommt. Natürliches Kadmium aber ist ein Gemisch von acht Nukliden mit den Massenzahlen 106, 108, 110, 111, 112, 113, 114 und 116. Die von diesem Gemisch emittierten Linien sind daher mit Hyperfeinstruktur behaftet [29], die zu einem Teil als Isotopieeffekt und zum andern Teil als Linienaufspaltung dank des Kernmoments der Nuklide mit ungerader Massenzahl ^{113}Cd und ^{115}Cd , zu deuten ist. Nicht streng monochromatische Strahlungen sind die Quelle von periodischen Fehlern bei der Längenmessung auf der Grundlage von Lichtwellen [30] und kommen daher für eine Definition der Längeneinheit nicht in Betracht.

4.223. Ein weiterer Nachteil der Kadmiumwellenlängendefinition ist darin zu erblicken, daß sie an eine ganz bestimmte Lichtquelle, die Michelson-Lampe (Abb. 3) gebunden ist, die heute technisch überholt, deren Betrieb umständlich ist und deren Bedingungen, insbesondere Temperatur und Stromdichte (4.2.), nicht mit befriedigender Genauigkeit festgelegt sind. Es wäre unzweckmäßig, heute die Definition des Meters an eine Lichtquelle zu knüpfen, die vielleicht schon nicht mehr dem morgigen Stand der Technik entspräche.

4.224. Auch hinsichtlich der Genauigkeit stellt die Kadmiumwellenlängendefinition heute keine befriedigende Endlösung dar. Die Reproduzierbarkeit der Wellenlänge einer Strahlung ist durch einen Gütefaktor G gegeben, der durch das Verhältnis der emittierten Leistung P zur Halbwertslinienbreite $\Delta\sigma_1$ definiert werden kann ($G = \sqrt{P/\Delta\sigma_1}$). Wegen ihrer relativ großen Halbwertsbreite steht die von der Michelson-Lampe emittierte rote Kadmiumlinie gegenüber anderen Linien zurück.

4.225. Schließlich ist zu bemängeln, daß die rote Kadmiumlinie einem Spektralgebiet zugehört, in welchem die in steigendem Maße und vor allem bei den genauesten Meßverfahren eingesetzten Sekundärelektronen-Vervielfacher nur wenig empfindlich sind.

4.3. Die neue Wellenlängendefinition des Meters

Da die Unzulänglichkeit der Prototypdefinition eine Änderung dringend erforderte (3.) und die rote Kadmiumlinie als Grundlage einer Meterdefinition nicht in Betracht kam (4.22.), hat die 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht nach langer und gründlicher Vorarbeit des Internationalen Komitees und des Beratenden Komitees für die Meterdefinition [3] eine neue und ausschließliche Lichtwellenlängendefinition des Meters auf Grund einer von Atomen des Nuklids ^{86}Kr emittierten Strahlung angenommen (1.1.).

4.31. Die Bestimmungen der neuen Wellenlängendefinition des Meters

Der Beschluß der 11. Generalkonferenz (1.) enthält neben der unerläßlichen quantitativen Angabe über das Vielfache der Wellenlängen, das einem Meter gleich ist, die wenigen notwendigen und hinreichenden qualitativen Bestimmungen über die Strahlung, deren Wellenlänge der Definition zugrunde liegt.

4.311. Das Meter wird durch die Wellenlänge einer Strahlung definiert, die sich im Vakuum ausbreitet, es ist somit frei von den Unsicherheiten des atmosphärischen Zustandes.

4.312. Über die Strahlung ist weiterhin bestimmt, daß sie von Atomen des Nuklids ^{86}Kr emittiert wird, also nicht von Atomen des Edelgases Krypton schlechthin, sondern von Atomen eines reinen Nuklids. Hyperfeinstruktur der Strahlung wegen des Isotopieeffektes scheidet somit von vornherein aus. Da die Atome des Nuklids ^{86}Kr sowohl durch eine gerade Massenzahl als auch durch eine gerade Kernladungszahl ausgezeichnet sind, kommt ihnen gemäß der Theorie der Atomkerne die Kernspinquanzenzahl 0 zu. Die von den Atomen des Nuklids ^{86}Kr emittierten Strahlungen sind daher grundsätzlich frei von Aufspaltung und im strengen Sinne monochromatisch. Somit ist die notwendige Voraussetzung dafür erfüllt, daß das dem Meter zugrunde gelegte Lichtwellenmaß frei von inneren periodischen Fehlern ist (4.22.).

4.313. Die neue Meterdefinition enthält keine Vorschrift über die Art und Weise, wie die ihr zugrundeliegende Strahlung zu erzeugen ist. Es wird lediglich ausgesagt, daß sie von Atomen des Nuklids ^{86}Kr beim Übergang vom Zustand $5d_5$ zum Zustand $2p_{10}$ emittiert wird. Wie in der Spektroskopie allgemein üblich, ist sie als Differenz von zwei spektralen Termen gekennzeichnet. Auf Grund der von MEGGERS, DE BRUIN und HUMPHREYS [31] gegebenen Klassifikation des Kr-Spektrums ist die Identität der speziellen Strahlung $2p_{10} - 5d_5$ eindeutig festgelegt. Durch die unmittelbare Bezugnahme der Definition auf die emittierenden Atome selbst ist zweierlei erreicht worden: Erstens ist die neue Meterdefinition für immer frei von dem Wandel der Lichtquellentechnik und zweitens beruht sie in dieser Form nicht nur auf einer natürlichen Einheit schlechthin, auf einer durch eine Lichtquelle nach bestimmten Vorschriften reproduzierbaren Einheit (4.11.), sondern auf einer natürlichen Einheit ganz besonderer Art in Gestalt eines atomaren Eigenwerts, nämlich der Differenz ΔE zweier möglicher Energiezustände eines ^{86}Kr -Atoms, welche mit der in der Definition festgelegten Wellenzahl $1/\lambda$ durch die

fundamentale Beziehung

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\Delta E}{h \cdot c}$$

verknüpft ist. In dieser kommen außer λ und ΔE nur die universellen Konstanten h (Plancksches Wirkungsquantum) und c (Lichtgeschwindigkeit) vor [32]. Die Genauigkeit der Definition ist damit unabhängig von der Unsicherheit der Bedingungen einer Lichtquelle, sie ist grundsätzlich allein begrenzt durch die Unsicherheit des atomaren Eigenwerts ΔE , d.h. durch die nicht überschreitbaren Schranken der Natur, die letzten Endes ihren Ausdruck in den Ungenauigkeitsrelationen der Quantenmechanik finden.

4.314. Die einzige und unerläßliche quantitative Bestimmung der neuen Meterdefinition betrifft das Verhältnis des Meters zur Wellenlänge der durch die

Wertes für die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie in Normalluft (4.2) durch die folgende Beziehung definiert:

$$\lambda_{\text{Cd rot (in spektroskopischer Normalluft)}} = 6438,4696 \text{ \AA}.$$

Die verschiedenen Anschlüsse der der neuen Meterdefinition zugrundeliegenden ^{86}Kr -Linie ($2p_{10} - 5d_5$) an die rote Kadmiumlinie, welche im Internationalen Büro und in verschiedenen Staatsinstituten durchgeführt wurden [3], haben im Mittel ergeben:

$$\lambda_{^{86}\text{Kr } (2p_{10} - 5d_5) \text{ (im Vakuum)}} = 6057,8021 \text{ \AA}.$$

Auf Grund der neuen Meterdefinition ist aber:

$$\begin{aligned} \lambda_{^{86}\text{Kr } (2p_{10} - 5d_5) \text{ (im Vakuum)}} &= \frac{1 \text{ m}}{1650763,73} \\ &= 6057,8021 \cdot 10^{-10} \text{ m}. \end{aligned}$$

Innerhalb der Grenzen der Unsicherheit des Anschlusses der ^{86}Kr -Linie ($2p_{10} - 5d_5$) an die rote Kadmiumlinie, welche im wesentlichen durch die Unsicherheit des Brechungsindex der Normalluft [86] bedingt ist, gilt daher

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}.$$

4.32. Realisierung der neuen Wellenlängendefinition des Meters

Obwohl eine bestimmte Lichtquelle in der neuen Meterdefinition selbst nicht erscheint, muß natürlich die Möglichkeit bestehen, die der Definition zugrundeliegende Strahlung genügend genau zu reproduzieren. Darüber hinaus ist es wichtig, über Lichtquellen zur Erzeugung von monochromatischen Strahlungen verschiedener Wellenlängen zu verfügen, die unter Umständen die definitionsgemäße Strahlung vertreten können.

Ebenso unumgänglich notwendig wie Lichtquellen sind aber Methoden und Apparate, die zur Messung von Längen mit Hilfe von Lichtwellenlängen geeignet sind.

4.321. ^{86}Kr -Lampen. ^{86}Kr -Normallampe: Die zur Erzeugung der definitionsgemäßen Strahlung notwendige Lichtquelle ist in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt entwickelt worden [33]. Es handelt sich um eine U-förmige Gasentladungslampe (Abb. 4), welche mit einer Glühkathode ausgestattet ist und mit Gleichspannung betrieben wird. Sie ist mit ^{86}Kr von mindestens einigen Torr Druck gefüllt, welches nach dem von CRUSIUS [34] entwickelten Trennrohrverfahren in großer Menge und Reinheit hergestellt werden kann. Strahlungsquelle ist die in einer Kapillare verdichtete positive Säule der ^{86}Kr -Entladung, die vorzugsweise in Richtung der Achse beobachtet wird. Der strahlende Teil der ^{86}Kr -Lampe wird in flüssigem Stickstoff oder in flüssiger Luft gekühlt. Dazu dient der in Abb. 5 skizzierte Kryostat. In einem luftdichten Gehäuse (1) mit zwei Fenstern (2, 3) und einem abnehmbaren Deckel (5), an dem die Lampe (12), ein Manometer (7) und ein Rührwerk (8) befestigt sind, befindet sich ein Dewargefäß (11) mit zwei vertikalen gegenüberstehenden Sichtstreifen. Dieses wird durch eine Einfüllöffnung im Deckel (6) mit flüssigem Stickstoff oder mit flüssiger Luft gefüllt. Das Gehäuse kann mit einer an den Stützen (4)

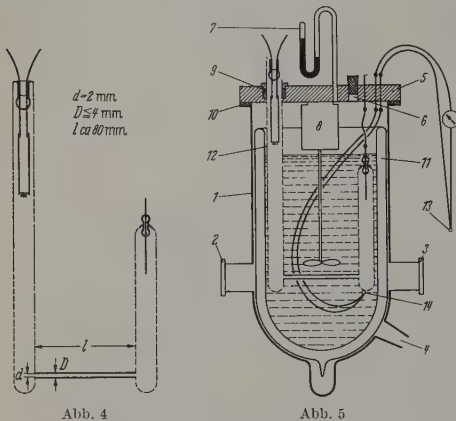
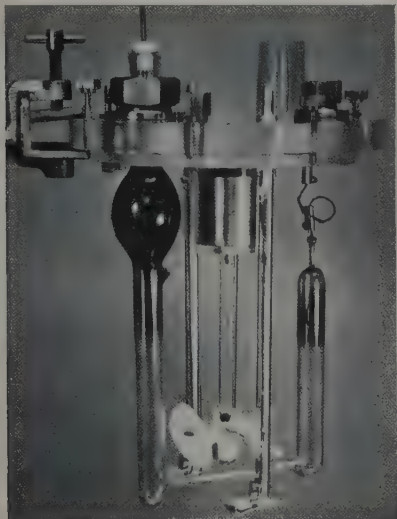


Abb. 4. ^{86}Kr -Glühkathodenlampe

Abb. 5. Kryostat für ^{86}Kr -Lampen. 1 Gehäuse, 2, 3 Fenster, 4 Pumpstützen, 5 Deckel, 6 Einfüllöffnung, 7 Manometer, 8 Motor mit Rührer, 9, 10 Dichtungen, 11 Dewargefäß, 12 Entladungslampe mit Glühkathode, 13, 14 Thermoelement

qualitativen Aussagen (4.311. bis 4.313.) eindeutig festgelegten Strahlung. Es wird darüber bestimmt, daß das Meter das 1650763,73fache dieser Wellenlänge ist. Diese Zahl war selbstverständlich so festzulegen, daß sich beim Übergang vom Prototyp zur neuen Meterdefinition an der Länge des Meters selbst — im Rahmen der Unsicherheit des Prototyps (3.11.) — nichts änderte. Streng genommen hätte also der festgelegte Wert durch unmittelbaren Anschluß der Wellenlänge an das Prototyp ermittelt werden müssen. Dies ist jedoch nicht geschehen. Die definitionsgemäße Zahl von Wellenlängen beruht vielmehr auf einem Vergleich der Wellenlänge mit dem von der 7. Generalkonferenz für Maß und Gewicht sanktionierten Wert für die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie (4.2.) [3]. Diese mittelbare Ableitung der neuen Definition auf dem Umweg über die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie hat den Vorzug, daß nicht nur die Kontinuität der Längeneinheit selbst, sondern auch die der großen Zahl von spektroskopischen Wellenlängennormalen gesichert ist. Nach einem Beschluß der Internationalen Union für Sonnenforschung ist die spektroskopische Einheit der Wellenlänge, das Ångström, mittels des von BENOÎT, FABRY und PEROT gefundenen und nachträglich von der 7. Generalkonferenz sanktionierten

angeschlossenen Pumpe von mäßiger Leistung evakuiert werden. Dabei verdampft der eingefüllte flüssige Stickstoff oder die eingefüllte flüssige Luft sehr lebhaft und kühlt sich ab. Mit flüssigem Stickstoff wird in wenigen Minuten der Tripelpunkt von Stickstoff (63°K) erreicht. Temperaturen von etwa 57°K sind mit kommerzieller flüssiger Luft und Temperaturen von etwa 50°K mit Stickstoff-Sauerstoffgemischen bestimmter Zusammensetzung bei genügender Pumpenleistung zu erreichen [35]. Bei diesen Temperaturen befindet sich Krypton, das bei etwa 116°K gefriert, in festem Zustand. Die Dampfdruckkurve von festem Krypton wurde von MEIJHUIZEN ermittelt [36]. Wenn also die Temperatur am kältesten

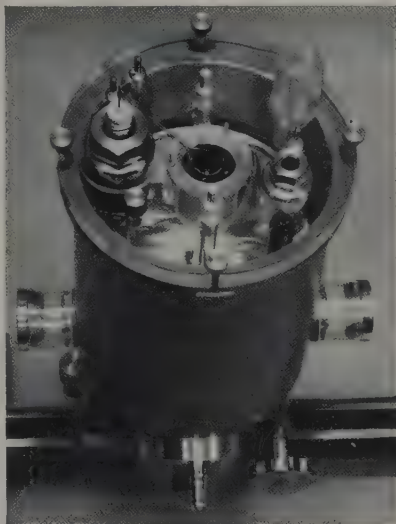
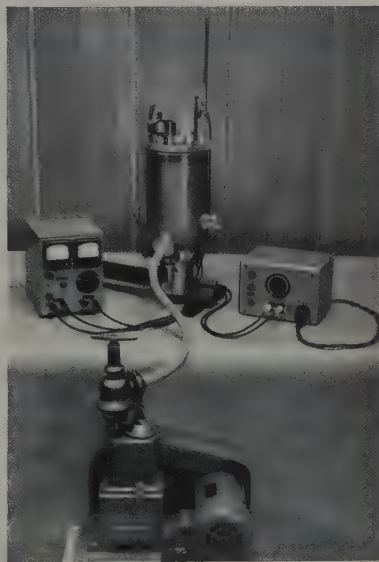
Abb. 6. Deckel zum Kryostat für ^{86}Kr -Lampen

Punkt der Lampe bekannt ist, so läßt sich der Kr-Druck in der Lampe angeben. Der kälteste Punkt befindet sich erfahrungsgemäß am unteren Ende des Anodenteils der Lampe, daher wird die Temperatur zweckmäßigerweise an dieser Stelle mit Hilfe eines Thermoelements (13, 14) (Abb. 5) gemessen. Daß hier die kälteste Stelle ist, ist daran zu erkennen, daß sich festes Krypton als weißer Belag niederschlägt. Der Sublimationsdruck von festem Krypton bei der Temperatur des siedenden Stickstoffs, d.h. bei etwa 77°K , ist etwa 2 Torr, bei 63°K beträgt der Krypton-Druck aber nur noch 0,03 und bei 57°K sogar nur einige Tausendstel Torr. Die Methode des Ausfrierens von überschüssigem Krypton bietet somit die Möglichkeit, nicht nur sehr niedrige, sondern auch sehr genau reproduzierbare Kr-Drucke zu erzielen, besonders wenn der Druck im Kryostaten durch einen Manostaten geregelt wird. Trotz des niedrigen Betriebsdruckes ist die Lebensdauer der Lampe nicht wie sonst bei Gasentladungslampen durch die Gasauflagerung eingeschränkt, vorausgesetzt, daß sie einen genügend großen Überschuß von Krypton enthält.

Die Lampe wird mit Gleichspannung von einigen Hundert Volt betrieben, die empfehlenswerte Stromdichte in der Kapillare ist etwa $0,3\text{ A cm}^{-2}$.

Die Abb. 6, 7 und 8 veranschaulichen die ^{86}Kr -Normallampe in einigen Einzelheiten. Abb. 6 zeigt

die ^{86}Kr -Lampe, die mit ihrem kathodenseitigen Schenkel luftdicht durch den Deckel des Kryostaten geführt ist, an dem außerdem der Rührer mit dem zugehörigen Antriebsmotor befestigt ist. Abb. 7 gibt den Kryostat in einer Sicht von oben wieder. Unter dem durchsichtigen Deckel aus Plexiglas ist das Dewar-

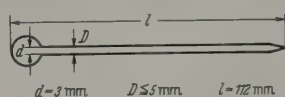
Abb. 7. Kryostat für ^{86}Kr -LampenAbb. 8. ^{86}Kr -Lampe in Kryostat mit Zubehör

gefäß zu erkennen. Abb. 8 stellt schließlich den Kryostat mit verkürztem Quecksilber-Manometer und Zubehör dar, bestehend aus einer Pumpe für $2\text{ m}^3/\text{Std}$ und den beiden Netzanschlußgeräten für den Betrieb der Lampe und des Rührers.

Andere Typen von ^{86}Kr -Lampen. Außer der in Abb. 4 skizzierten Lampe sind in der PTB weitere Typen von ^{86}Kr -Lampen entwickelt worden. Wegen der nicht zu überbietenden Einfachheit der Bauart ist

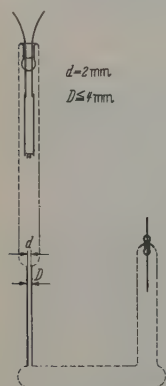
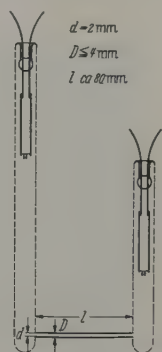
vor allem eine Lampe (Abb. 9) für elektrodlose Anregung im hochfrequenten Wechselfeld in Form eines mit ^{86}Kr von etwa 300 Torr Druck gefüllten Röhrchens aus Glas von Vorteil. Die in Abb. 10 und 11 dargestellten Formen mit vertikaler Kapillare bzw. zwei Glüh Elektroden für Wechselspannungsbetrieb haben sich in Sonderfällen bewährt. Alle diese Lampen können in dem beschriebenen Kryostaten betrieben werden.

Spektrale Vorzerlegung: Von der großen Zahl der übrigen monochromatischen Strahlungen des Kr-Spektrums kann die spezielle Strahlung $2p_{10}-5d_5$

Abb. 9. Elektrodlose ^{86}Kr -Lampe

durch einen genügend leistungsfähigen Monochromator oder durch Filter, z. B. durch ein zu diesem Zweck in der PTB entwickeltes Interferenzpolarisationsfilter von geringer Durchlaßbreite und hoher Transmission [37] getrennt werden.

Reproduzierbarkeit: Die von ^{86}Kr -Lampen emittierte Strahlung ist nicht völlig identisch mit der Strahlung von ^{86}Kr -Atomen, auf welche die neue

Abb. 10. ^{86}Kr -Glühkathodenlampe mit vertikaler KapillareAbb. 11. ^{86}Kr -Lampe mit zwei Glüh elektroden

Meterdefinition ausdrücklich bezogen ist. Durch Störungen verschiedener Art wird die natürliche Strahlung der Atome in Lichtquellen modifiziert. Diese Störungen werden verursacht durch die elektrischen Mikrofelder der Elektronen und Ionen (interatomarer Stark-Effekt), durch Wechselwirkungen zwischen angeregten Atomen auf Grund quantenmechanischer Resonanz (Resonanzverbreiterung), durch Wechselwirkung zwischen angeregten und nichtangeregten Atomen auf Grund van-der-Waalscher Kräfte und durch Absorption der von angeregten Atomen emittierten Lichtquanten (Eigenabsorption) [38]. Im Verein mit der unvermeidlichen thermischen Bewegung der emittierenden Atome führen sie zu Verbreiterung, Verschiebung und unsymmetrischer Intensitätsverteilung des natürlichen Frequenzbands, die von den Bedingungen der Lichtquelle, von der Dichte (ρ) der Atome und damit vom Druck (p), von der Temperatur (T) sowie von der Elektronenkonzentration in der

positiven Säule und damit von der Stromdichte (j) der Entladung abhängig sind. Die Intensitätsverteilung der ungestörten Strahlung der Atome $I_0(\sigma)$ als Funktion der Wellenzahl σ ist als Grenzwert einer Folge realisierbarer, von p , T und j abhängiger Intensitätsverteilungen $I(\sigma, p, T, j)$, dementsprechend die zu dem Schwerpunkt von I_0 gehörige Wellenzahl σ_0 als Grenzwert einer Folge beobachtbarer Wellenzahlen $\sigma(p, T, j)$ zu definieren, d. h.

$$I_0(\sigma) = \lim_{p, T, j \rightarrow 0} I(\sigma, p, T, j)$$

und

$$\sigma_0 = \lim_{p, T, j \rightarrow 0} \sigma(p, T, j)$$

Ist nun ein für alle Mal eine Folge von Werten $\sigma_i(p, T, j)$ und daraus der Grenzwert σ_0 durch Messung ermittelt, so läßt sich der gesetzmäßige Zusammenhang der Differenzen $\sigma_i - \sigma_0 = \Delta\sigma(p, T, j)$ mit p , T , j angeben. Die im Internationalen Büro (BIPM) und in der PTB ausgeführten Messungen der ^{86}Kr -Strahlung $2p_{10}-5d_5$ [39], [40] lassen sich durch folgende Funktion darstellen:

$$\Delta\sigma(p, T, j) = -(5,7 \pm 1) \left(\frac{p}{T} \right)^{\frac{2}{3}} j^{\frac{1}{2}} (\text{m}^{-1}) \quad (1)$$

$$(p \text{ in Torr, } T \text{ in } ^\circ\text{K, } j \text{ in A cm}^{-2}).$$

Die von p , T , j abhängige Verschiebung ist somit nach Rot gerichtet; für $p = 0,032$ Torr, $T = 63^\circ\text{K}$ (Tripelpunkt von Stickstoff) und $j = 0,2 \text{ A cm}^{-2}$ z. B. ist der Betrag der relativen Verschiebung $\Delta\sigma/\sigma_0$ etwa 10^{-8} .

$\Delta\sigma$ ist eine tatsächliche Verschiebung, die einer Verstimmung der spektralen Terme des ^{86}Kr -Atoms durch Störungen in der Lichtquelle entspricht und die als Stark-Effekt zu deuten ist. Zu ihr tritt eine scheinbare Verschiebung additiv hinzu, wenn sich relativ zum Beobachter entweder die Lichtquelle im ganzen bewegt oder die Atome in der Lichtquelle eine allgemeine Driftbewegung ausführen oder nur die emittierenden Atome eine Vorzugskomponente der Geschwindigkeit aufweisen. In diesen Fällen würde außer der von p , T und j abhängigen Verschiebung $\Delta\sigma(p, T, j)$ eine als Doppler-Effekt zu deutende, von Größe und Richtung der relativen Bewegung abhängige Verschiebung $\Delta\sigma_{\text{Doppler}}$ in Erscheinung treten. In der Tat sind bei der in Abb. 4 skizzierten ^{86}Kr -Lampe unterschiedliche Wellenzahlen gemessen worden, wenn die Kapillare in Richtung ihrer Achse beobachtet wird, je nachdem die Richtung der Beobachtung der Stromrichtung in der Kapillare gleich oder entgegengerichtet ist [41]. Die Differenz kann qualitativ und quantitativ als Doppler-Effekt auf Grund einer additiven Geschwindigkeitskomponente gedeutet werden, welche den Atomen bei der Anregung durch die sich vorzugsweise von der Kathode nach der Anode (entgegengesetzt zur Stromrichtung) bewegenden Elektronen erteilt wird. Die Verschiebung ist daher nach Blau gerichtet, wenn die zur Beobachtung gelangenden Strahlen nach dem anodischen Teil der Entladung orientiert sind und umgekehrt. Sie scheint in weiten Grenzen unabhängig von den Bedingungen der Lichtquelle und nur durch die natürlichen Bedingungen des Atoms allein bestimmt zu sein. Messungen des Internationalen Büros (BIPM) und der PTB haben folgenden Wert ergeben [40]:

$$|\Delta\sigma_{\text{Doppler}}| = 0,019 \text{ m}^{-1} \pm 0,002.$$

Die Wellenzahl σ_0 der definitionsgemäßen ungestörten Strahlung ergibt sich aus einem beobachteten Wert σ nach Kompensation der von p , T und j abhängigen Verschiebung $\Delta\sigma(p, T, j)$ und des Dopplereffekts $\Delta\sigma_{\text{Doppler}}$ zu:

$$\sigma_0 = \sigma - \Delta\sigma(p, T, j) \mp \Delta\sigma_{\text{Doppler}}, \quad (2)$$

wobei für $\Delta\sigma_{\text{Doppler}}$ das negative Vorzeichen gilt, wenn die zur Beobachtung gelangenden Strahlungen zur Anode orientiert sind und umgekehrt. Es liegt nun nahe, die immer nach Rot gerichtete Verschiebung $\Delta\sigma(p, T, j)$ durch eine nach Blau gerichtete Verschiebung $|\Delta\sigma_{\text{Doppler}}|$ zu kompensieren, indem p , T , j und die Beobachtungsrichtung so gewählt werden, daß $\Delta\sigma(p, T, j)$ dem Betrage nach gleich $|\Delta\sigma_{\text{Doppler}}|$ und diese nach Blau gerichtet ist. Das ist z.B. erfüllt für $p = 0,032$ Torr, $T = 63^\circ$ K und $j = 0,3$ A cm⁻², wobei die zur Beobachtung gelangende Strahlung zur Anode orientiert sein muß. Darauf beruht folgende Empfehlung des Internationalen Komitees für Maß und Gewicht [42]:

„Gemäß dem von der 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht angenommenen Beschluß über die neue Meterdefinition (1.21.) empfiehlt das Internationale Komitee für Maß und Gewicht, die als Grundlage der neuen Meterdefinition angenommene Strahlung von Atomen des Nuklids ⁸⁶Kr mit Hilfe der im folgenden spezifizierten Gasentladungslampe zu realisieren: Die Lampe ist mit einer Glühkathode ausgestattet und mit ⁸⁶Kr von mindestens 99%iger Konzentration und ausreichender Menge gefüllt, so daß die Anwesenheit von festem Krypton bei 64° K gesichert ist; sie weist als wesentlichen Bestandteil eine Kapillare mit einem inneren Durchmesser von 2 bis 4 mm und einer Wandstärke von etwa 1 mm auf.

Die Wellenlänge der Strahlung, welche von der in der Kapillare verdichteten positiven Säule emittiert wird, ist der dem Übergang zwischen den ungestörten Termen entsprechenden Wellenlänge innerhalb einer Unsicherheit von $\pm 10^{-8}$ als gleich zu erachten, wenn:

1. die Strahlungsquelle in Gestalt der in der Kapillare verdichteten positiven Säule in Richtung der Achse der Kapillare beobachtet wird, und zwar so, daß die zur Wirkung gelangenden Strahlen von dem kathodischen nach dem anodischen Teil der Entladung hin gerichtet sind;

2. der untere Teil der Lampe, insbesondere die Kapillare in ein Kältebad eintaucht, dessen Temperatur innerhalb von ± 1 grd mit dem Tripelpunkt von Stickstoff (63° K) übereinstimmt;

3. die Stromdichte in der Kapillare gleich 0,3 A cm⁻² $\pm 0,1$ A cm⁻² ist.“

Die in dieser Empfehlung angegebene Grenze für die Reproduzierbarkeit des Wellenlängenwertes leitet sich aus den beiden Gln. (1) und (2) ab:

$$\Delta\sigma(p, T, j) = -5,7 \left(\frac{p}{T} \right)^{\frac{2}{3}} j^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

$$\sigma_0 = \sigma - \Delta\sigma(p, T, j) \mp |\Delta\sigma_{\text{Doppler}}|. \quad (2)$$

Daraus folgt:

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{d\lambda_0}{\lambda_0} \right| &= \left| \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} \right| \\ &\leq \left| \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \left(\frac{2}{3} \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} \right) + \frac{1}{2} \frac{dj}{j} \right| + \left| \frac{d\Delta\sigma_{\text{Doppler}}}{\sigma_0} \right| \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Unter den angegebenen Bedingungen ($T = 63^\circ$ K, nach MEIJHUIZEN [36] folglich $p = 0,03$ Torr, $j = 0,3$ A cm⁻², $dT \leq 1^\circ \rightarrow dp \leq 0,01$ Torr und $dj \leq 0,1$ A cm⁻²) und unter der Annahme einer Unsicherheit $d\Delta\sigma_{\text{Doppler}}$ von $\pm 0,002$ m⁻¹ für $\Delta\sigma_{\text{Doppler}}$ ist somit:

$$\left| \frac{d\lambda_0}{\lambda_0} \right| = \left| \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} \right| \leq 6 \cdot 10^{-9} \text{ (aufgerundet } 10^{-8}).$$

Die Grenzen für p , T und j sind, um die Realisierung der neuen Definition nicht unnötig zu erschweren, so weit wie möglich gewählt worden. Es wäre durchaus vertretbar, diese Grenzen einzuengen. Für $dT \leq 0,1^\circ$ entsprechend $dp \leq 0,003$ Torr und $dj \leq 0,03$ A cm⁻², Grenzen, die sicher noch ohne unüberwindliche Schwierigkeiten eingehalten werden könnten, wäre z.B.

$$\left| \frac{d\lambda_0}{\lambda_0} \right| = \left| \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} \right| \leq 2 \cdot 10^{-9}.$$

Die vom Internationalen Komitee angegebene Unsicherheit von $\pm 10^{-8}$ für die Reproduzierbarkeit der Strahlung könnte demnach auf einen Bereich von $\pm 2 \cdot 10^{-9}$ reduziert werden, d.h. sicherlich auf weniger als den 50. Teil der Unsicherheit des Internationalen Prototyps (3.11.) [40]. Nach den bisherigen Erfahrungen ist damit etwa die untere Grenze erreicht, die die derzeitige Technik der ⁸⁶Kr-Lampe zuläßt.

4.322. Andere Lichtquellen (sekundäre Wellenlängennormale). Die Lichtwellenlängendefinition des Meters hätte nur eine beschränkte praktische Bedeutung, wenn nicht neben dem in der Definition festgelegten primären Wellenlängennormal auch wohl definierte, im Spektrum gleichmäßig verteilte sekundäre Wellenlängennormale verfügbar wären, die die Meßtechnik entscheidend vereinfachen, insbesondere in den an Zahl weit überwiegenden Fällen, wo nicht allerhöchste Genauigkeitsansprüche gestellt werden. Da Wellenlängenvergleichen mit großer Genauigkeit ausgeführt werden können, müssen sekundäre Wellenlängennormale nicht notwendigerweise wesentlich ungenauer sein.

Mit der vom Internationalen Komitee zur Realisierung der Meterdefinition empfohlenen ⁸⁶Kr-Lampe (4.321.) lassen sich gleichzeitig eine große Zahl von sehr genauen sekundären Wellenlängennormalen darstellen [43]. Auch die Spektren der Nuklide ²⁰Ne und ¹³⁶Xe, die ebenso wie das Nuklid ⁸⁶Kr mit Hilfe des Trennrohrverfahrens in großen Mengen gewonnen werden können [44], [45], bieten die Möglichkeit zur Erzeugung von ausgezeichneten sekundären Wellenlängennormalen [46]. Zu diesem Zweck eignen sich Lampen, die ebenso gebaut sind und ähnlich betrieben werden wie ⁸⁶Kr-Lampen (4.321.). Wenn Unsicherheiten der Wellenlängen von etwa $\pm 10^{-7}$ bis $\pm 10^{-8}$ in Kauf genommen werden können, kann beim Betrieb von ⁸⁶Kr-Lampen und gleichartigen, mit anderen Nukliden gefüllten Lampen auf die Kühlung verzichtet werden.

Recht genaue sekundäre Wellenlängennormale lassen sich auch mit Hilfe der von MEGGERS [47] propagierten und sehr einfach zu handhabenden elektrodosenlosen ¹⁹⁸Hg-Lampe und der ganz ähnlichen ¹¹⁴Cd-Lampe nach ROMANOVA darstellen [48]. Beide Lampen haben allerdings den Nachteil, daß sie als Trärgas Argon von einigen Torr Druck enthalten,

das infolge der unvermeidlichen Gasauflagerung während des Betriebs dem Entladungsraum allmählich entzogen wird. Die durch den Argongehalt bedingte Frequenzverschiebung der emittierten Strahlungen nimmt daher im Laufe des Betriebs stetig ab. Hinzu kommt die Schwierigkeit, die Betriebsbedingungen, Temperatur, Druck und Stromdichte, von elektrodenlosen, im hochfrequenten Wechselfeld erregten Lampen zu kontrollieren. Die Wellenlängenwerte sind daher weniger gut definiert, sie sind um etwa $\pm 10^{-7}$ bis $\pm 10^{-8}$ unsicher.

Beträchtliche Wellenlängenverschiebungen treten auch auf bei kommerziellen Lichtquellen von der Art der Osram-Metall dampflampen, speziell bei der viel benützten Osram-Kadmiumlampe, die einen Argongehalt von etwa 20 Torr hat. Die mit Hilfe solcher Lampen realisierten Wellenlängennormale sind um etwa $\pm 10^{-6}$ bis $\pm 10^{-7}$ unsicher. Sie reichen für mittlere Genauigkeitsbedürfnisse, insbesondere für die Zwecke der Industrie aus, ebenso wie die immer noch viel gebrauchten mit Edelgasen gefüllten Geißlerschen Röhren.

Bei allen Lampen, die nicht mit reinen Nukliden von gerader Massen- und Kernladungszahl operieren, ist jedoch Vorsicht geboten wegen der unvermeidlichen Hyperfeinstruktur, welche merkliche periodische Meßfehler verursachen kann [39].

Für Präzisionsmessungen eignen sich unter Umständen Hohlkathodenlampen, welche den Vorteil haben, daß sie in sehr einfacher Weise auch die Anregung von schwer verdampfenden Elementen selbst bei tiefsten Temperaturen und die Erzeugung von Strahlungen äußerst geringer Bandbreite ermöglichen. SCHÜLER [49] hat eine Lampe mit Hohlkathode entwickelt, welche in einem Kältebad, z.B. in flüssiger Luft, gekühlt werden kann. Mit ähnlichen Anordnungen haben BAIRD [50] das Isotop ^{198}Hg und ENGELHARD [51] Thorium, welches praktisch nur als reines Nuklid von der Massenzahl 232 vorkommt, bei der Temperatur der flüssigen Luft anregen können. Die unter diesen Bedingungen erzeugten Strahlungen kommen den mit der ^{86}Kr -Lampe erzeugten Strahlungen an Qualität sehr nahe.

Wegen ihrer extrem geringen Strahlungsleistung und wegen ihres komplizierten Aufbaus und Betriebs haben Lichtquellen, welche auf der Anregung von Atomstrahlen beruhen [52], [53], [54], bisher keine nennenswerte meßtechnische Bedeutung erlangt, obwohl die mit ihrer Hilfe erzeugten Strahlungen der Strahlung von ungestörten Atomen zweifellos am nächsten kommen.

4.323. Meßmethoden und Apparate. Methoden und Apparate zur Messung von Längen mit Hilfe von Lichtwellenlängen sind seit langem entwickelt und in Gebrauch. Sie müssen notwendig auf einer Erscheinung beruhen, in welcher sich die Wellennatur des Lichts offenbart. Die Erscheinungen der Beugung haben keine meßtechnische Anwendung gefunden (4.21.). Alle bekannten Methoden und Apparate der Lichtwellenmessung der Länge machen von der Erscheinung der Interferenz Gebrauch.

4.3231. Nach FIZEAU [21] und KOCH [22], welche die Interferenz zur Messung von kleinen Verschiebungen benutzten (4.12.) war es MICHELSON, welcher die *Interferometrie* der Länge eigentlich begründete.

Seine Methode des Meteranschlusses an die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie [23] weist bereits alle notwendigen meßtechnischen Elemente auf, Feststellung der Länge Null mit Hilfe des *achromatischen Streifens* der Interferenzen in weißem Licht, fundamentale Verschiebungsmessung der Länge durch *Zählung der Interferenzen*, *Bestimmung des Streifenbruchteils* der Interferenzen mit Hilfe optischer Kompensation [55], [56], *Vervielfachung* einer Strecke durch Verschiebung um sich selbst und als Vorwegnahme des industriellen Parallelendmaßes, den *Michelson-Maßstab* mit zwei parallelen, in gleicher Richtung orientierten Meßflächen.

4.3232. BENOÎT, FABRY und PEROT [24] haben die interferentielle Meßtechnik nicht nur durch die erstmalige Anwendung der *Vielstrahl-Interferenz* und die Einführung des berühmten *Fabry-Perot-Étalons*, sondern auch durch eine neuartige Methode der *Streckenmultiplikation* mit Hilfe von Brewsterschen Interferenzen [57] bereichert, welche später von SEARS und BARRELL [58], sowie von WATANABE [59] in verschiedener Weise abgewandelt wurde.

4.3233. Eine vor allem für die Geodäsie wichtige Methode der *Streckenmultiplikation* mit Hilfe von Fraunhoferschen Interferenzen ist von VÄISÄLÄ [60] angegeben worden. Sie ermöglichte es unter anderem, eine Basis von 864 m Länge interferometrisch zu vermessen [61].

4.3234. KÖSTERS kommt das Verdienst zu, durch Entwicklung eines für die Messung von *Parallelendmaßen* bestimmten weitverbreiteten kommerzieller Gerätes die interferometrische Längenmeßtechnik in die Meßräume der Industrie eingeführt zu haben [62]. Ohne ein solches Gerät wäre es der Industrie nicht möglich gewesen, mit den ständig steigenden Genauigkeitsanforderungen Schritt zu halten. Ein weiteres von KÖSTERS angegebenes Verfahren zur Auswertung von Strecken in Vakuumwellenlängen ist in Hinblick auf die neue Definition des Meters durch die Wellenlänge einer sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung (1.1.) von großer praktischer Bedeutung [63], [64].

4.3235. Für die interferometrische Messung von industriellen Parallelendmaßen stehen heute außer dem *Interferenzkomparator* nach KÖSTERS (4.3234.) noch einige weitere kommerzielle Geräte zur Verfügung [65 bis 68]. Ein von PECK und OBETZ [69] angewandtes Verfahren zur elektronischen *Zählung von Interferenzen* hat inzwischen kommerzielle Verwertung gefunden [70].

4.3236. Auch zur interferometrischen Auswertung von Strichmaßen sind mehrere Verfahren und Geräte entwickelt worden. Bei einer von RÄNTSCH angegebenen Anordnung werden Strichmaßstäbe durch interferometrische Messung von Verschiebungen mit Hilfe von Parallelendmaßen bestimmt [71]. Ähnliche Geräte sind von SCHILLING und BRÜNE [72] und von BRZEZINSKI und TROFIMOVA [73] beschrieben worden. Ein Verfahren zur fundamentalen Auswertung von Strichmaßen in Lichtwellenlängen durch interferometrische Verschiebungsmessung nach VOLET und CABRERA [74] hat in neuester Zeit praktische Anwendung gefunden [75]. Geräte zur fundamental-interferometrischen Messung von Strichmaßen, die auf dem

gleichen Prinzip beruhen, in wichtigen Einzelheiten aber neue Wege aufweisen, sind von BAIRD [76] und von HOFFROGGE [77] entwickelt worden.

4.33. Genauigkeit der neuen Meterdefinition

Die Neudefinition des Meters war erforderlich geworden, weil mit der Prototypdefinition die heutigen gesteigerten Genauigkeitsanforderungen von Wissenschaft und Industrie nicht mehr erfüllt werden konnten (3.1.). Die in der Hauptsache durch technische Mängel bedingten Grenzen der Unsicherheit des Prototyps allein liegen zwischen $\pm 10^{-7}$ und $\pm 10^{-6}$ (3.11.). Dadurch war die kleinste auf Grund der Prototypdefinition überhaupt mögliche Meßunsicherheit bestimmt. Sie ist damit mindestens etwa zehnmal größer als mit den Genauigkeitsanforderungen verträglich (3.12.). Der willkürliche Charakter der Prototypdefinition hatte zur Folge, daß das Mißverhältnis zwischen Genauigkeit und Genauigkeitsanforderung praktisch noch bedeutend größer war (3.2.). Die unvermeidlichen Unsicherheiten der im Allgemeinfall notwendigen Zwischenableitungen (3.21.) kamen zur Unsicherheit des Prototyps hinzu, so daß selbst bei sehr genauen wissenschaftlichen Messungen eine Meßunsicherheit von $\pm 10^{-6}$ kaum unterschritten wurde (3.22.).

4.331. Fortschreitender Fehler. Von der neuen Meterdefinition ist also zu erwarten, daß sie eine Meßunsicherheit gewährleistet, die höchstens $\frac{1}{10}$ der Unsicherheit des Prototyps beträgt. Die mit der neuen Definition verknüpfte Meßunsicherheit setzt sich grundsätzlich aus zwei Komponenten zusammen, den Grenzen der von dem jeweiligen Stand der Technik abhängigen Reproduzierbarkeit der ^{86}Kr -Strahlung $2p_{10} - 5d_5 \frac{d\sigma_0}{\sigma_0}$ (4.321.) und der Unsicherheit der Einstellung der Interferenzen. Die Grenzen der Reproduzierbarkeit der der Definition zugrunde liegenden Strahlung, die praktisch durch die Unbestimmtheit der Bedingungen der augenblicklich zur Verfügung stehenden ^{86}Kr -Lampe gegeben sind, liegen zwischen $\pm 10^{-8}$ und $\pm 10^{-9}$ (4.321.). Damit die Längenmeßtechnik aus dieser hohen Reproduzierbarkeit vollen Nutzen ziehen kann, muß die Unsicherheit der Einstellung der Interferenzen wenigstens innerhalb der Grenzen von $\pm 10^{-8}$ bis $\pm 10^{-9}$ bleiben.

4.332. Unsicherheit der Einstellung. Es sei z die einem Gangunterschied von der zu bestimmenden Länge l entsprechende Ordnungszahl der Interferenzen und Δz der kleinste noch unterscheidbare Bruchteil einer Ordnung, dann ist die Unsicherheit der Einstellung gegeben durch $\Delta z/z$.

Es versteht sich von selbst, daß Δz eine Funktion des Kontrastes oder — anders ausgedrückt — der Sichtbarkeit der Interferenzen ist, und zwar ist Δz um so kleiner, je größer der Kontrast oder die Sichtbarkeit der Interferenzen ist. Die Sichtbarkeit V ist nach MICHELSON definiert durch:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (4)$$

wobei I_{\max} und I_{\min} die maximale bzw. minimale Intensität der Interferenzen für eine bestimmte Ordnung z bedeuten. Nach MICHELSON und TERRIEN [78] gilt unter der praktisch hinreichend genau erfüllten Voraus-

setzung, daß die spektrale Intensitätsverteilung der interferierenden Strahlung im wesentlichen durch den Doppler-Effekt bedingt ist:

$$\log V = -\text{const} \cdot (\Delta\sigma_3)^2 z^2, \quad (5)$$

wobei $\Delta\sigma_3$ die Halbwertsbreite der spektralen Verteilung ist.

Diese Gleichung gibt den allbekannten experimentellen Befund wieder, daß die Sichtbarkeit der Interferenzen um so größer ist je kleiner die Halbwertsbreite $\Delta\sigma_3$ ist, und je niedriger die Ordnungszahl z ist. Da

$$\Delta\sigma_3 = 7,16 \cdot 10^{-7} \sigma \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (6)$$

ist [78], wobei T die mittlere Temperatur der emittierenden Atome und M deren Masse ist, läßt sich Gl. (5) in die Form bringen:

$$\log V = -\text{const} \cdot \frac{T}{M} \cdot z^2. \quad (7)$$

Demnach ist die Sichtbarkeit um so größer, je kleiner T/M ist. In der folgenden Tabelle sind für die drei Nuklide ^{86}Kr , ^{198}Hg und ^{114}Cd , die Ausgangsmaterialien für die Erzeugung von verschiedenen streng monochromatischen Strahlungen, die als Grundlage einer neuen Meterdefinition vorgeschlagen waren [3], die Werte T/M zusammengestellt, und zwar für diejenigen Temperaturen, bei denen der jeweilige Dampfdruck die für die Aufrechterhaltung einer Entladung passable Größe von etwa 0,01 Torr hat.

Tabelle			
	^{86}Kr	^{198}Hg	^{114}Cd
T	$\sim 60^\circ \text{ K}$ [36]	$\sim 320^\circ \text{ K}$ [79]	$\sim 540^\circ \text{ K}$ [79]
T/M	0,70	1,62	4,74

Das Nuklid ^{86}Kr ist dadurch ausgezeichnet, daß es als Edelgas selbst bei relativ tiefen Temperaturen einen ziemlich hohen Dampfdruck aufweist. Obwohl die ihm zukommende Massenzahl erheblich kleiner ist als die von ^{198}Hg und ^{114}Cd , ist für ^{86}Kr der Wert von T/M bei den Bedingungen der Emission wesentlich kleiner als für ^{198}Hg und ^{114}Cd , ja er ist, wenn nicht der niedrigste, so doch einer der niedrigsten T/M -Werte überhaupt, der einem Element des periodischen Systems zuzuordnen ist. Die Halbwertsbreite für die von ^{86}Kr emittierten Strahlungen ist daher entsprechend kleiner und die Sichtbarkeit der Interferenzen größer als die für die Strahlungen von ^{198}Hg und ^{114}Cd [80]. Dies gilt nicht nur unter der Bedingung, daß die Strahlungen in gewöhnlichen Gasentladungslampen erzeugt werden. Dieselben Beziehungen gelten vielmehr für alle Arten von Lichtquellen, also auch für solche, die auf der Anregung von Atomstrahlen beruhen. Entsprechend der größeren Sichtbarkeit der Interferenzen ist Δz , der kleinste unterscheidbare Bruchteil, und damit auch die Unsicherheit der Einstellung der Interferenzen $\Delta z/z$ bei vorgegebener Ordnungszahl z für Strahlungen des Nuklids ^{86}Kr kleiner als für die Strahlungen der Nuklide ^{198}Hg und ^{114}Cd .

Die Sichtbarkeit der Interferenzen nimmt gemäß Gl. (7) mit zunehmender Ordnungszahl ab. Für die

^{86}Kr -Strahlung $2p_{10}-5d_5$ hat unter den Bedingungen der ^{86}Kr -Lampe (4.321.) die Sichtbarkeit bei einem Gangunterschied von 1 m, d.h. bei einer Ordnung der Interferenzen von etwa $1,65 \cdot 10^6$ den Wert 0,027 [81], [82]. Für den Gangunterschied 0 erreicht die Sichtbarkeit ihren maximalen Wert 1. Δz ist daher ein Minimum für $z=0$ und wächst entsprechend der abfallenden Sichtbarkeitskurve mit zunehmender Ordnungszahl, $1/z$ nimmt dagegen mit zunehmender Ordnungszahl ab. Dies erklärt, warum $\Delta z/z$ die Unsicherheit der Einstellung ein Minimum für mittlere Werte der Sichtbarkeit hat. Die Lage des Minimums hängt von verschiedenen Umständen der Lichtquelle und der Beobachtung ab. TERRIEN [78] hat gezeigt, daß bei photoelektrischer Registrierung von Zweistrahl-Interferenzen die Grenze der Einstellgenauigkeit durch die Instabilität der Lichtquelle und durch den Schroteffekt der Photokathode bestimmt ist. Für die ^{86}Kr -Strahlung $2p_{10}-5d_5$ liegt das erreichbare Minimum der Unsicherheit der Einstellung etwa innerhalb $\pm 10^{-9}$, und zwar bei einer Ordnung der Interferenzen von etwa $0,67 \cdot 10^6$, d.h. bei einem Gangunterschied von rund 0,4 m. Die Instabilität der ^{86}Kr -Lampe darf dabei nicht größer sein als $\pm 2 \cdot 10^{-3}$.

HANES [83] hat auf Grund einer vollkommenen Analyse der photoelektrischen Registrierung von Interferenzen folgenden Ausdruck für die Unsicherheit der Einstellung abgeleitet:

$$\frac{\Delta z}{z} = \left(\frac{2 \cdot h \cdot c}{\pi^2 \cdot D^2 \cdot T \cdot \phi \cdot Q} \cdot \frac{\Delta \sigma_1}{P} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

wobei

- h das Plancksche Wirkungsquantum,
- c die Lichtgeschwindigkeit,
- D der Durchmesser der Interferometerplatten,
- T die Zeitkonstante des Empfängers,
- ϕ dessen Quantenausbeute,
- Q eine Größe, die für das jeweilige Interferometer charakteristisch ist,
- $\Delta \sigma_1$ die Halbwertsbreite der Strahlung und
- P deren Intensität ist.

Bei einem Fabry-Perot-Interferometer mit Platten von 4 cm Durchmesser und 5 cm Abstand ($z \sim 0,165 \cdot 10^6$) ergibt sich daraus die Unsicherheit der Einstellung für die ^{86}Kr -Strahlung $2p_{10}-5d_5$ zu

$$\frac{\Delta z}{z} = 5 \cdot 10^{-11},$$

wobei vorausgesetzt ist, daß die Instabilität der ^{86}Kr -Lampe kleiner als $0,1 \cdot 10^{-3}$ ist.

Die von TERRIEN und von HANES angegebenen Unsicherheiten der Einstellung liegen also weit innerhalb der Grenzen der Reproduzierbarkeit der definitionsgemäßen ^{86}Kr -Strahlung (4.321.). Unter den Bedingungen der von TERRIEN und von HANES gegebenen Abschätzungen, d.h. vor allem unter der Voraussetzung, daß die Interferenzen mit hochempfindlichen, dem Auge weit überlegenen Sekundärelektronenvervielfachern registriert werden, sind daher die Grenzen der Meßunsicherheit in der Hauptsache durch die jetzigen Grenzen der Reproduzierbarkeit der Strahlung von etwa $\pm 10^{-8}$ bis etwa $\pm 10^{-9}$ bestimmt. Die kleinsten noch unterscheidbaren Bruchteile Δz sind in den von TERRIEN und von HANES angegebenen Beispielen etwa 10^{-3} bzw. etwa 10^{-5} . Mit unbewaffnetem Auge ist die Erfassung so kleiner Bruchteile natürlich nicht

mehr möglich. Erfahrungsgemäß gibt es aber auch bei subjektiver Beobachtung einen optimalen, einer mittleren Sichtbarkeit entsprechenden Wert der Ordnungszahl, für die die Unsicherheit der Einstellung wie bei photoelektrischer Registrierung ein Minimum wird. Im Falle der ^{86}Kr -Strahlung $2p_{10}-5d_5$ ist dies etwa für $z=10^6$, d.h. für einen Gangunterschied von rund 0,5 m der Fall. Der kleinste mit bloßem Auge unterscheidbare Bruchteil ist dabei schätzungsweise von der Größenordnung 10^{-2} , was einer Unsicherheit der Einstellung von etwa $\pm 10^{-8}$ entspricht. In diesem Fall wird also die Meßgenauigkeit schon merklich durch die Unsicherheit der Einstellung beeinflusst, aber trotzdem ist die resultierende Meßunsicherheit noch etwa zehnmal kleiner als bei der Prototypdefinition unter günstigsten Umständen (3.12.) und etwa 100mal kleiner als im Allgemeinfalle (3.22.). Die an die neue Definition gestellte Forderung hinsichtlich der Meßgenauigkeit ist also in jedem Falle voll erfüllt.

Nicht immer werden so hohe Genauigkeitsanforderungen gestellt. Für die weitaus überwiegende Mehrzahl der Messungen, vor allem für die industriellen Messungen reichen wesentlich geringere Genauigkeiten aus. Der mit der neuen Definition verknüpfte Fortschritt besteht nicht allein darin, daß grundsätzlich eine 10 bis 100mal höhere Genauigkeit erreicht werden kann, sondern vor allem darin, daß Genauigkeiten, die mit der Prototypdefinition nur unter großen Schwierigkeiten realisierbar waren, schon bei einem relativ bescheidenen Aufwand möglich sind. Eine Meßunsicherheit von der Größenordnung $\pm 10^{-6}$ z.B. läßt sich schon mit Hilfe einer so einfachen Lichtquelle wie der Osram-Kadmiumlampe erreichen. Die rote Kadmium-Strahlung kann damit innerhalb der Grenzen von $\pm 10^{-7}$ reproduziert werden (4.322.). Bei einem Gangunterschied von rund 100 mm oder einer Ordnung der Interferenzen von etwa $0,16 \cdot 10^6$ muß die Unsicherheit der Einstellung kleiner als 0,16 sein, wenn eine Meßunsicherheit von $\pm 10^{-6}$ angestrebt wird, eine Forderung, die selbst mit bloßem Auge ohne jede Mühe zu erfüllen ist.

4.333. Fehler der inneren Einteilung. Wegen der Minimuseigenschaft der Einstellunsicherheit ist es unzweckmäßig, größere Strecken unmittelbar in Lichtwellenlängen auszuwerten. Da die Einstellunsicherheit für die definitionsgemäße ^{86}Kr -Strahlung $2p_{10}-5d_5$ bei 0,5 m Gangunterschied geringer ist als bei 1 m, empfiehlt es sich, z.B. die Auswertung von 1 m in zwei Schritten auszuführen, etwa von 0,5 m auszugehen und sich eines Additions- oder Multiplikationsverfahrens zu bedienen (4.323.). Dies ist ohne weiteres möglich, weil das Lichtwellenmeter im Gegensatz zum Prototyp den wichtigen Vorteil einer von Natur aus gegebenen sehr feinen inneren Einteilung hat. Eine unerläßliche Voraussetzung für die Fehlerlosigkeit der inneren Einteilung eines durch irgend eine Strahlung realisierbaren Lichtwellenmaßes ist die Freiheit dieser Strahlung von Hyperfeinstruktur (4.312.). Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so können erhebliche periodische Fehler auftreten [30], [39], [84]. Die zweite notwendige Voraussetzung ist die Symmetrie der Intensitätsverteilung des emittierten Frequenzbandes (Liniensymmetrie), die gestört sein kann durch die Bedingungen der Lichtquelle (4.321.). Unsymmetrie der ^{86}Kr -Strahlung $2p_{10}-5d_5$ wurde beobachtet bei

höheren Werten der Kryptondichte und der Stromdichte [39]. Neuere Untersuchungen zeigten, daß die Symmetrie dieser Strahlung unter den vom Internationalen Komitee empfohlenen Bedingungen (4.321.) in sehr hohem Grade gewahrt ist [85]. Eventuelle Fehler der inneren Einteilung liegen schätzungsweise weit innerhalb der Grenzen der Reproduzierbarkeit der Strahlung.

4.334. *Einfluß der atmosphärischen Lichtbrechung.* Praktisch von Belang für die Genauigkeit ist noch die *Lichtbrechung* in der Atmosphäre. Da die neue Meterdefinition auf der Wellenlänge einer sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung beruht, empfiehlt es sich grundsätzlich, entweder unmittelbar im Vakuum zu messen oder sich einer Methode zu bedienen, bei welcher, wie bei der von KÖSTERS angegebenen (4.323.), die Messungen zwar in der Atmosphäre ausgeführt, der Einfluß der Brechung aber eliminiert wird. Obwohl weder das eine noch das andere grundsätzliche Schwierigkeiten bereitet, werden dennoch immer viele Messungen in der Atmosphäre ausgeführt werden. In diesem Fall müssen die zu den Messungen benutzten Lichtwellenmaße auf die Bedingungen der Atmosphäre reduziert werden ($\sigma_{\text{Luft}} = n_{\text{Luft}} \sigma_{\text{vac}}$). Dazu bedarf es eines ausreichend genauen Wertes für den Brechungsindex der Luft (n_{Luft}). Die bisher bekannten genauesten Werte des Brechungsindex der Luft weisen aber Differenzen auf, die die Reduktion von Vakuum auf die Bedingungen der Atmosphäre um $\pm 10^{-8}$ bis $\pm 10^{-7}$ unsicher machen [86]. Mit dieser Unsicherheit sind grundsätzlich alle in der Atmosphäre ausgeführten Messungen belastet, solange kein genügend sicherer Wert des Brechungsindex der Luft verfügbar ist.

5. Zusammenfassung, weitere Aussichten

Durch die neue Definition des Meters auf Grund der Wellenlänge einer von Atomen des Nuklids ^{86}Kr emittierten, sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung hat die Längeneinheit einen grundsätzlichen Wandel erfahren.

In der durch den Beschluß der 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht gegebenen Fassung der neuen Meterdefinition (1.1.) beruht das Meter nicht nur auf einer natürlichen Einheit im weiteren Sinne, sondern auf einem durch die Differenz von zwei spektralen Termen des ^{86}Kr -Atoms charakterisierten atomaren Eigenwert (4.3.). Daher ist das Meter in der neuen Form im Gegensatz zum Prototyp grundsätzlich unberührt von Einflüssen aller Art, seine Stabilität steht nach dem Stande unseres Wissens außer Zweifel und seine Genauigkeit ist allein durch die unüberschreitbaren allgemeinen Schranken der Natur begrenzt. Mit Hilfe einer Lichtquelle, deren Bedingungen in einfachster Weise extrem genau definiert sind (4.321.) und einer ausgereiften hochentwickelten und vielseitigen interferometrischen Meßtechnik (4.322.) läßt sich das neue Wellenlängenmeter mit einer 10 bis 100mal größeren Genauigkeit als das Prototyp reproduzieren (4.33). Da es auch nicht an den nachteiligen Folgen des willkürlichen Charakters einer Prototypdefinition krankt (3.2.), sondern als natürliche Einheit grundsätzlich jedermann zugänglich ist und zu allen Messungen unmittelbar benutzt werden kann, ist der Gewinn an Genauigkeit in der Praxis noch bedeutend größer (3.22., 4.33.). Die durch die

Prototypdefinition gegebene äußerste Genauigkeit läßt sich auf Grund der neuen Lichtwellenlängendefinition des Meters schon mit sehr geringem Aufwand erreichen (4.331.). Ein großer Vorteil des Wellenlängenmeters besteht darin, daß ihm von Natur aus eine sehr feine und äußerst genaue innere Einteilung verliehen ist (4.332.).

Nach alledem ist also anzunehmen, daß die neue Meterdefinition die Wünsche der Wissenschaft und Industrie auf lange Sicht befriedigt und daß ihr daher eine lange Dauer beschieden sein wird. Was das Prinzip der neuen Definition anbelangt — Definition des Meters durch das Vielfache der Wellenlänge einer von ungestörten Atomen eines Nuklids mit gerader Kernladungszahl emittierten, sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung — läßt sich das mit großer Wahrscheinlichkeit bejahen. Es ist zur Zeit nicht abzusehen, daß sich irgend eine andere in der Natur vorkommende oder durch einen reproduzierbaren Vorgang darstellbare Größe ausfindig machen ließe, welche es ermöglichen würde, Längen mit derselben Genauigkeit zu messen wie mit Wellenlängen von Licht — Licht im weitesten Sinne als Strahlung aller Wellenlängenbereiche. Etwas anders steht es aber mit der Frage, wie lange es bei der in der Definition festgelegten speziellen Strahlung verbleiben wird. Eines der wichtigsten Ergebnisse der Untersuchung von HANES [83] besteht darin, daß die äußerste erreichbare Einstellgenauigkeit der Interferenzen allein von dem Gütefaktor $\sqrt{P/\Delta\sigma_i}$ der Strahlung (4.224.), d.h. von dem Verhältnis der ausgestrahlten Intensität zur Halbwertsbreite abhängt. Würde eines Tages eine Strahlung mit einem höheren Gütefaktor ausfindig gemacht werden, die sich ebenso genau oder noch genauer reproduzieren läßt wie die in der jetzigen Definition festgelegte ^{86}Kr -Strahlung (4.321.), so wäre natürlich der Zeitpunkt nahe, wo die Meterdefinition aufs Neue zu revidieren wäre. Solange dabei das Prinzip der Definition nicht angetastet würde, wäre das allerdings eine wesentlich weniger folgenschwere und viel einfachere Maßnahme als der Übergang von der Prototypdefinition zu der völlig anders gearteten Definition auf Grund einer Lichtwellenlänge.

Literatur: [1] Compt. Rend. XI. Conf. Gén. Poids, Mes. 1960 (im Druck). — [2] Reichsgesetzblatt 1876, S. 191. — [3] Proc. Verb. Com. Int., II. sér., 24 (1954); B 26, (1957). — [4] Compt. Rend. VII. Conf. Gén. Poids, Mes. 1927, S. 49. — [5] PÉRAUD, A., et CH. VOLET: Trav. et Mém. BIPM 21, 3 (1952). — [6] PÉRAUD, A., L. MAUDET et CH. VOLET: Trav. et Mém. BIPM 20, 75 (1944). — [7] GUILLAUME, CH.-ED.: La création du Bureau International des Poids et Mesures et son oeuvre, S. 74. Paris: Gauthier-Villars 1927. — [8] MORTU, A.: Microtechnic 3, 98 (1949). — [9] CLARK, J. S., and A. H. COOK: J. Sci. Instrum 33, 341 (1956). — [10] LECLERC, G.: Proc. Verb. Com. Int., II. sér., B 26, M 41 (1958). — [11] Deutsche Normen, ISA-Passungen, Grundtoleranzen, DIN 7151. Berlin 1936. — [12] Deutsche Normen, Parallelendmaße, DIN 861. Berlin 1958. — [13] Ostwalds Klassiker der exakten Wiss. 181. Leipzig 1911. — [14] PERRIER, G.: Kurze Geschichte der Geodäsie. Veröff. Inst. f. Erdmessung 2. Bamberg 1950. — [15] RÉAUMUR: Mémoires pour servir à l'histoire des insectes, 5, Paris 1740, S. 398. — [16] VIEWEG, R.: Arb.-Gem. Forsch. Nordrhein-Westfalen, H. 70 (1958). — [17] BABINET, J.: Ann. chim. phys. 40, 166 (1829). — [18] LAMONT, J.: Jb. kgl. Sternw. München 3, 188 (1839). — [19] MAXWELL, J. C.: Rep. Brit. Ass., Not. and Abstr. 1870, S. 7. — [20] WILLIGEN, V. S. M. VAN DER: Arch. Musée Teyler 3, 142 (1870). — [21] FIZEAU, H.: Ann. chim. phys. (4) 2, 143 (1864). — [22] KOCH, K. R.: Wied. Ann. 18, 511 (1883). — [23] MICHELSON, A. A.: Trav. Mém. Bur. Int. Poids Mes. 11, 3 (1895).

[24] BENOÎT, FABRY et PEROT: Trav. Mém. Bur. Int. Poids Mes. 15, 3 (1913). — [25] STILLE, U.: Messen und Rechnen in der Physik, S. 297. Braunschweig 1955. — [26] Compt. Rend. VII. Conf. Gén. Poids Mes. 1927, S. 52. — [27] Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes. 17, 91 (1935). — [28] Deutsche Normen, Definition für die Maße nichtanzeigender Meßzeuge DIN 2062. Berlin 1954. — [29] WISE, J.H.: J. Opt. Soc. Amer. 46, 587 (1956). — [30] MICHELSON, A.A.: Phil. Mag. 34, 280 (1892). — [31] MEGGERS, W.F., T.L. DE BRUIJN und C. J. HUMPHREYS: NBS, J. Res. 3, 129 (1929). — [32] ENGELHARD, E.: Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes., II. sér., 24, M 64 (1955). — [33] ENGELHARD, E.: Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes., II. sér., A 23, 165 (1953). — [34] CLUSIUS, K., u. G. DICKEL: Z. phys. Chem., Abt. B 52, 348 (1942). — [35] JUSTI, E.: Z. Naturforsch. 7a, 692 (1952). — [36] MEIJHUIZEN, J.J.: Dampspanningen en Vloeistof- en Dampdichtheden van Krypton. Diss. Leiden 1940. — [37] BAYER-HELMS, F.: Optik 16, 472 (1959). — [38] MARGENAU, H., and W.W. WATSON: Rev. Mod. Phys. 8, 22 (1936). — [39] ENGELHARD, E.: NPL-Symposium 11, Interferometry, S. 19. London: Her Majesty's Stationery Office 1960. — [40] ENGELHARD, E., and J. TERRIEN: Rev. Opt. 39, 11 (1960). — [41] ENGELHARD, E.: Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes. B 26, M 58 (1958). — [42] Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes. 27 (1960). — [43] ENGELHARD, E.: Wiss. Abh. PTB 9, 5 (1957). Siehe auch: Trans. Int. Astr. Union 10, 227 (1958). — [44] CLUSIUS, K., u. G. DICKEL: Z. phys. Chem., Abt. B 48, 50 (1940). — [45] CLUSIUS, K., H.H. BÜHLER, H. HÜRZELER u. E. SCHUMACHER: Z. Naturforsch. 10a 809 (1955). — [46] ENGELHARD, E.: Compt. Rend. X. Conf. Gén. Poids Mes. 1955, S. 87. — [47] MEGGERS, W.F.: J. Opt. Soc. Amer. 38, 7 (1948). — MEGGERS, W.F., and F.O. WESTFALL: Res. Pap. NBS RP 2091, 44 (1950). — [48] ROMANOVA, M.F.: Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes., II. sér., B 26, M 87 (1958). — [49] SCHÜLER, H.: Z. Physik 59, 149 (1930). — [50] BAIRD, K.M., and K.H. HART: J. Opt. Soc. Amer. 46, 304 (1956). — [51] ENGELHARD, E.: Wiss. Abh. PTB 8, 6 (1956). — [52] MINIKOWSKI, R., u. H. BRUCK: Z. Physik 95, 284 (1935). — [53] BARGER, R.L., and K.W. MEISSNER: J. Opt. Soc. Amer. 48, 22 (1958). — [54] KESSLER, K.G., R.L. BARGER u. W.G. SCHWEITZER: NPL-Symposium 11, Interferometry, S. 67. London: Her Majesty's Stationery Office 1960. — [55] VÄLSÄLÄ, Y.: Zur Theorie der Kompensatoren. Ann. Univ.

Turku A 24 (1956). — [56] KÖSTERS, W., u. P. LAMPE: Patentschrift Reichspatentamt Nr. 577377 (1933). — [57] Handbuch der Physik, Bd. 20, S. 21. Berlin 1928. — [58] SEARS, J.E., and H. BARRELL: Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A 231, 75 (1932). — [59] WATANABE, N.: Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes., II. sér., 13, 255 (1929). — [60] VÄLSÄLÄ, Y.: Z. Instrumentenkd. 47, 399 (1927). — [61] HONKASALO: Veröff. Finn. Geod. Inst. 37, Helsinki 1950. — [62] KÖSTERS, W.: Die Anwendung der Interferenzen zu Meßzwecken. In Handbuch der physikalischen Optik I. Leipzig 1927. — [63] KÖSTERS, W.: Werkstattstechnik 32, 527 (1938). — [64] ENGELHARD, E.: Z. Instrumentenkd. 67, 59 (1959). — [65] BARRELL, H.: Research 1, 533 (1948). — [66] HILGER, A.: J. Sci. Instrum. 16, 163 (1939). — [67] BRUCE, C.F.: J. Sci. Instrum. 33, 478 (1956). — [68] RÄNTSCH, K.: Optik 8, 473 (1951). — [69] PECK, E.R., and S.W. OBETZ: J. Opt. Soc. Amer. 43, 505 (1953). — [70] Fringecont. micrometer, hergestellt von Link Aviation, Inc., Binghamton, New York, U.S.A. — [71] RÄNTSCH, K.: Optik 4, 283 (1948). — [72] SCHILLING, F., u. A. BRÜNE: Feingerätetechn. 3, 401 (1954). — [73] BRIEZINSKI, M.L., et N. TROFNOVA: Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes., II. sér., B 26, M 95 (1958). — [74] VOLET, CH., et N. CARRERA: Rev. Opt. 30, 169 (1951). — [75] Hersteller: Soc. Genevoise d'Instruments de Physique, Genf. — [76] BAIRD, K.M.: Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes., II. sér., B 26, M 124 (1958). — [77] HOFFROGGE, CH.: Microtechnic 14, 51 (1960). — [78] TERRIEN, J.: J. Phys. Radium 19, 390 (1958). — [79] LANDOLT-BÖRNSTEIN: Phys. Chem. Tab., 2, S. 1332. Berlin 1923. — [80] TERRIEN, J.: Proc. Verb. Com. Int. Poids Mes., II. sér., B 26, M 135 (1958). — [81] TERRIEN, J.: I. C. O. 5-Meeting, Stockholm 1959. — [82] ENGELHARD, E., u. F. BAYER-HELMS: Wiss. Abh. PTB 11, 5 (1959). — [83] HANES, G.R.: Canad. J. Phys. 37, 1283 (1959). — BAIRD, K.M.: NPL-Symposium 11, Interferometry, S. 49. London: Her Majesty's Stationery Office 1960. — [84] PÉARD, A.: Rev. Opt. 7, 1 (1928). — [85] BAYER-HELMS, F.: Im Druck. — [86] EDLÉN, B.: J. Opt. Soc. Amer. 43, 339 (1953).

Oberregierungsrat Dr. ERNST ENGELHARD, Braunschweig,
Physikalisch-Technische Bundesanstalt,

Präsident i.R. Professor Dr. Dr.-Ing. E. h. RICHARD VIEWEG,
Darmstadt, Dachsbergweg 6

Buchbesprechungen

Wolkenstein, M.W.: Struktur und physikalische Eigenschaften der Moleküle. Leipzig: B.G. Teubner 1960. XIV, 770 S. u. 330 Abb. In Kunstleder geb. DM 58.—.

Das Buch ist in vieler Hinsicht das russische Gegenstück zum Stuartschen Buch über Molekülstruktur, geht aber, was die chemischen, optischen, magnetischen und spektralen Eigenschaften und die Lumineszenz der Moleküle anbelangt, über diesen Rahmen hinaus. Da die Arbeit vorwiegend russische Quellen zitiert, ist diese Gegenüberstellung dem Leser ganz besonders zu empfehlen, da im Stuartschen Buch die russischen Autoren gewiß zu kurz kommen. Dabei werden vorwiegend gewöhnliche Moleküle behandelt, und nur im letzten Abschnitt wird auf einzelne Eigenschaften der Makromoleküle eingegangen. In der Darstellung wird sehr viel Wert darauf gelegt, daß die einzelnen Begriffe sehr systematisch eingeführt werden. So wird z.B. bei der Behandlung der dielektrischen Polarisation zuerst der Begriff des Lorentz-Lorenz'schen Feldes eingeführt, mit dieser Annahme das ganze Problem behandelt und erst am Ende des Kapitels die heute allgemein angenommene Onsager'sche Auffassung dargestellt. Aus diesem Grund kann das Buch einem jeden empfohlen werden, der sich über das weite Gebiet der Molekülstruktur und über die daraus sich ergebenden Eigenschaften der Moleküle rasch und zuverlässig informieren möchte. Es ist selbstverständlich, daß in einem solchen Buch die Gebiete, die dem Autor näher stehen, besonders ausführlich behandelt werden, das gilt vor allem für die

Fragen der chemischen Bindung und der optischen Spektren, die auch dem Kenner viele neuen Einblicke bringen. Allerdings darf man bei einem Buch von diesem Umfang nicht erwarten, daß irgendeine Frage so weit behandelt werden könnte, wie das in einer enger begrenzten Monographie möglich ist. Besonders begrüßenswert ist die Zusammenstellung der wichtigsten Literatur am Ende eines jeden Abschnittes, die bis zum Jahr 1959 ergänzt ist. Das Verständnis wird durch viele Tabellen und Abbildungen gefördert. Der kleine Schönheitsfehler bei der Darstellung der quantenmechanischen Eigenfunktionen in Fig. 5 und 7 könnte bei einer Neuauflage des Buches leicht verbessert werden.

A. PETERLIN

Greenhill, A. G.: The Applications of Elliptic Functions. New York: Dover Publications 1960. 357 S. u. 27 Figuren. \$ 1.75.

Es handelt sich um einen ungekürzten, ungeänderten Neudruck des erstmals 1892 erschienenen Werkes. Die Theorie der elliptischen Funktionen wird an Hand zahlreicher physikalischer und geometrischer Beispiele entwickelt. Alle wichtigen Beziehungen und Formeln sind angegeben. Das Buch ist ausführlich und sehr klar geschrieben und richtet sich an Studierende der Angewandten Mathematik und Physik, denen es eine leicht faßliche und durch viele Beispiele erläuterte Einführung in den Gebrauch der elliptischen Funktionen geben will.

K. ALBRECHT

Verzeichnis der Originalarbeiten und der zusammenfassenden Berichte geordnet nach Sachgebieten

1. Mechanik

1.1 Längenmessung

- ENGELHARD, E., u. R. VIEWEG, Über die neue Definition des Meters auf Grund einer Lichtwellenlänge. Mit 11 Textabbildungen 580

1.2 Ultraschall, Stoß

- EGIDY, T. v., Untersuchungen über den Stoß von Stahlkugeln. Mit 4 Textabbildungen 475
GOETZ, H., u. E. BREITFELDER, Das Schwingungsverhalten eines Ultraschallquarzes. Mit 7 Textabbildungen 565

1.3 Vakuumtechnik und Molekularmechanik

- ASSELMAYER, F., K. HÖHN und H. ZOTT, Ein einfaches registrierendes Meßgerät für Totaldrucke von 1 bis 45 Torr. Mit 3 Textabbildungen 430
BECKER, G., Zur Erzeugung starker Molekularstrahlen im Hochvakuum mit Düsen. Mit 8 Textabbildungen 59
BIER, K., und B. SCHMIDT, Zur Form der Verdichtungsstöße in frei expandierenden Gasstrahlen. Mit 9 Textabbildungen 493
KROEPER, A., Das Erreichen und Messen von tiefen Drucken. Mit 12 Textabbildungen 480
MANDL, G., und J. H. KRUIZINGA, Über das spontane Auftreten von Unstetigkeiten bei der schleichenden Strömung zweier zäher Flüssigkeiten durch ein poröses Medium. Mit 10 Textabbildungen 81
TILLMANN, W., Zur Turbulenzentstehung bei der Strömung zwischen rotierenden Zylindern. Mit 14 Textabbildungen 468

2. Wärme

- BAUM, E., Ableitung der Sprungschen Gleichung auf thermodynamischer Grundlage 426
COESTER, E., Die Steigegeschwindigkeit von Gasblasen in Flüssigkeiten unterschiedlicher Viskosität und Oberflächenspannung. Mit 5 Textabbildungen 254
KROEBEL, W., und K. VANSELOW, Aufbau und Wirkungsweise einer Strahlungsmeßanordnung zur Messung der Feinstruktur der Körperstrahlung des Menschen. Mit 9 Textabbildungen 322

3. Elektrizität und Magnetismus

3.1 Meß- und Verstärkertechnik

- BITTEL, H., Brownsche Bewegung des Galvanometers und elektronisches Rauschen. Mit 3 Textabbildungen 397
BUHL, R., Verfahren zur Kompensation von magnetischen Wechselfeldern in Elektronen-Interferometern. Mit 6 Textabbildungen 232
GOBRECHT, H., K.-H. FRANKE, F. NIEMECK und K.-E. BOETERS, Eine Wechselstromapparatur zur Messung des Hall-Effektes und der elektrischen Leitfähigkeit hochohmiger Halbleiterschichten. Mit 11 Textabbildungen 261
HAUPT, J., und W. MÜLLER-WARMUTH, Magnetstromregler für höchste Stabilität mit Leistungstristoren. Mit 6 Textabbildungen 348
LIEBIG, L., Über das Triggern von Kabelfunkstrecken. Mit 1 Textabbildung 201
MURRMANN, H., und CHR. SCHWINK, Entwicklung einer elektronenoptischen Methode zu einem magnetischen Meßverfahren. I. Versuchsanordnung und Messungen. Mit 4 Textabbildungen 189
REDHARDT, A., Kompensation von Schwankungen der Generatorfrequenz bei Elektronenresonanzspektrometern. Mit 8 Textabbildungen 108

- RUDOLPH, H. D., Ein Stark-Effekt-Mikrowellenspektrograph mit hohem Auflösungsvermögen. Mit 9 Textabbildungen 401
SCHNEIDER, R., F. MAISENHÄLDER und M. KLING, Registrierender und verstärkender Empfänger für Kurzzeitspektroskopie. Mit 10 Textabbildungen 211
SCHWINK, CHR., und H. MURRMANN, Entwicklung einer elektronenoptischen Methode zu einem magnetischen Meßverfahren. II. Theoretische Überlegungen. Mit 2 Textabbildungen 192

3.2 Dielektrische und magnetische Eigenschaften der Stoffe

- ANDRÄ, W., Zur Theorie der Ummagnetisierung dünner Schichten. Mit 4 Textabbildungen 141
BAILLIS, E., Ladungstransport mit Kunststoffäden im Bandgenerator. Mit 7 Textabbildungen 36
BARAN, W., W. BREUER, H. FAHLENBRACH und K. JANSSEN, Eisen-Kobalt-Dauermagnetlegierungen mit Zusätzen von Vanadium und Chrom. A. Grundlagenuntersuchungen 168
BRACKMANN, J., W. KUSTERER und W. METZDORF, Einfluß des Bandes auf das Ummagnetisierungsverhalten dünner Permalloyschichten. Mit 10 Textabbildungen 313
DELLER, R., Metalltransfluxoren. Mit 4 Textabbildungen 180
FAHLENBRACH, H., Eisen-Kobalt-Dauermagnetlegierungen mit Zusätzen von Vanadium und Chrom. B. Praktische Anwendungen 168
FANINGER, G., und F. TREY, Das magnetische Feld in der Umgebung schräg magnetisierter zylindrischer Körper. Mit 5 Textabbildungen 386
FELDTKELLER, E., Feldinduzierte und Einfallswinkel-Anisotropie in Nickel-Eisen-Schichten. Mit 5 Textabbildungen 74
FELDTKELLER, E., Die Ummagnetisierung anisotroper Nickeleisenschichten in der schweren Richtung. II. Hysterese und Domänenverhalten. Mit 8 Textabbildungen 161
FUCHS, E., Die Ummagnetisierung dünner Nickeleisenschichten in der schweren Richtung. I. Elektronenmikroskopische Beobachtungen zur Domänenentstehung. Mit 9 Textabbildungen 157
FUCHS, E., und A. POLITYCKI, Magnetische Bereiche in grobkristallinen Nickel-Eisen-Schichten. Mit 10 Textabbildungen 541
GENGNAGEL, H., und H. WAGNER, Magnetfeldinduzierte Anisotropie an FeAl- und FeSi-Einkristallen. Mit 5 Textabbildungen 174
GENGNAGEL, H., Das magnetische Verhalten von FeAl-Einkristallen. I. Der Einfluß des Ordnungsgrades auf die magnetischen Eigenschaften. Mit 13 Textabbildungen 527
GENGNAGEL, H., Das magnetische Verhalten von FeAl-Einkristallen. II. Der Einfluß von Ausscheidungen auf Koerzitivkraft und Remanenz von Fe-Al-Rahmeneinkristallen. Mit 18 Textabbildungen 569
GIRKE, H., Zur Statistik der ferromagnetischen Hysterese. Mit 5 Textabbildungen 251
GRAF, P., Magnetische Eigenschaften der seltenen Erdmetalle Praseodym und Samarium bei tiefen Temperaturen. Mit 8 Textabbildungen 534
GREINER, CHR., Umgestaltung von Bereichsstrukturen durch Spannungen. Mit 7 Textabbildungen 134
HAHN, A., Die superparamagnetische Anfangssuszeptibilität bei beliebig Anisotropie der Einzelkörner 165
HAHN, A., Messungen an superparamagnetischem Nickel auf Silikagel zur Frage der Korngrößenabhängigkeit der spontanen Magnetisierung 167
HELLENTHAL, W., Zur Curie-Temperatur dünnster Nickelschichten. Mit 3 Textabbildungen 147

HERMANN, P.-K., Über das dynamische Verhalten der Bloch-Wände in kornorientierten Blechen. Mit 2 Textabbildungen	136
HIEKE, M., E. MAX und H.-G. MÜLLER, Die Eigenspannungsenergie der Blochwand. Mit 8 Textabbildungen	125
HOFFMANN, H., Die magnetischen Eigenschaften dünnster Eisenaufdampfschichten im Vakuum und ihre Änderung beim Luftzutritt. Mit 2 Textabbildungen	149
HOSELITZ, K., Some Methods and Results in the Study of Cubic Ferrites. With 2 figures in the text	182
JAUMANN, J., und CHR. MARNET, Dielektrische Verluste unipolarer isolierender Flüssigkeiten durch Anreicherungsrandschichten. Mit 16 Textabbildungen	1
JELLINGHAUS, W., und M. P. DE ANDRÉS, Messungen zum Hall-Effekt in binären Mischkristallreihen des Eisens. Mit 2 Textabbildungen	121
KNOWLES, J. E., Domain Wall Behaviour in Rectangular Loop Ferrites	185
KOHLHAAS, R., und G. BALLENSIEFEN, Feinstruktur der Weißchen Bezirke auf (110)-Flächen von FeSi-Einkristallen in Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärke und Feldrichtung. Mit 8 Textabbildungen	131
KORNETZKI, M., und E. RÖSS, Die ideale Magnetisierungskurve von Ferriten mit unterschiedlicher Magnetisierungsschleife. Mit 11 Textabbildungen	28
KORNETZKI, M., E. MOSER und E. RÖSS, Mangan-Zink-Ferrite mit verschiedenartigen Magnetisierungsschleifen. Mit 5 Textabbildungen	31
KRANZ, J., und B. PASSON, Messung der Magnetisierung in der Oberfläche von Eisen-Silizium-Einkristallen mit Hilfe des vergrößerten magnetooptischen Kerr-Effektes. Mit 3 Textabbildungen	122
KRAWINKEL, G. H., und H.-J. ZETZMANN, Über eine feldstärkeabhängige Verschiebung der Äquipotentiallinien in flüssigen polaren Dielektrika im inhomogenen elektrischen Feld. Mit 11 Textabbildungen	76
KRAWINKEL, G. H., Zur Theorie der Äquipotentiallinien-Verschiebung in polaren Dielektrika im inhomogenen elektrischen Feld. Mit 2 Textabbildungen	202
MAGER, A., und H. HILLMANN, Über die Koerzitivkraft von zonengeschmolzenem Eisen. Mit 3 Textabbildungen	171
MIDDELHOEK, S., Der Einfluß von lokalen Anisotropieschwankungen auf das magnetische Verhalten von dünnen Ni-Fe-Schichten. Mit 4 Textabbildungen	151
PFEIFER, F., Permalloylegierungen mit Rechteckschleife. Mit 5 Textabbildungen	177
POLITYCKI, A., Magnetische Eigenschaften elektrolytisch dargestellter Permalloy-Schichten mit uniaxialer Anisotropie. Mit 7 Textabbildungen	465
RASSMANN, G., und O. HENKEL, Dauermagneteneigenschaften von verformbaren Fe-Mn-Legierungen. Mit 3 Textabbildungen	169
RASSMANN, G., und H. WICH, Einfluß von Kaltverformung und Wärmebehandlung auf die elektrischen und magnetischen Eigenschaften von Fe-Al-Legierungen. Mit 4 Textabbildungen	172
REIMER, F., Elektronenoptische Untersuchung von Domänengrenzen in dünnen ferromagnetischen Schichten. Mit 10 Textabbildungen	143
RÖSS, E., und E. MOSER, Die Temperaturabhängigkeit der Anfangspermeabilität bei hochpermeablen Mangan-Zink-Ferriten. Mit 9 Textabbildungen	247
SABBAN, K., Nichtlineare und steuerbare Induktivitäten aus dünnen und magnetischen Schichten. Mit 11 Textabbildungen	420
SCHULTZE, K., Das Verhalten verschiedener Flüssigkeiten bei der Elektrostatischen Zerstäubung. Mit 11 Textabbildungen	11
WOLF, P., Freie und erzwungene Schwingungen der Magnetisierung in dünnen Permalloy-Schichten	154
VOGLER, G., Ummagnetisierung an Rechteckferriten	185
VOIGT, F., Der Einfluß von Kobaltzusätzen auf die Frequenzabhängigkeit der komplexen Permeabilität von NiZn-Ferrit. Mit 4 Textabbildungen	538
SEGMÜLLER, A., Temperaturabhängigkeit magnetischer Eigenschaften in dünnen Permalloyschichten. Mit 3 Textabbildungen	154
ZEHLER, V., Untersuchungen zur Rotationshysterese. Mit 4 Textabbildungen	139
3.3. Elektrizitätsleitung in festen Körpern, Halbleiter	
BHAWALKAR, D. R., and S. M. KHANNA, "D. C. Field Characteristics of Laminated Plastics". With 4 figures in the text	102
EBHARDT, R., E. HOFMEISTER und E. GROSCHWITZ, Einfluß von Oberflächenströmen auf die Charakteristik formierter Spitzengleichrichter. Mit 13 Textabbildungen	16
FRIETSCH, CH., Oberflächen- und Geometriekorrekturen für die Messung der Lebensdauer von Minoritätsträgern in Halbleitern. Mit 5 Textabbildungen	576
GERTHSEN, P., Thermoelektrische Anwendung von Halbleitern. Mit 11 Textabbildungen	435
GÜNTHER, K.-G., Untersuchungen zur direkten Energieumwandlung mit der Cs-Diode. Mit 13 Textabbildungen	501
KESSLER, F. R., Optische Reflexionsminderung durch Vergüten ohne Steigerung der Oberflächenrekombination bei Germanium-Photowiderständen. Mit 3 Textabbildungen	72
SCHIEDHAUER, K., Das Rauschen von strombelasteten metallischen Leitern im Gebiet thermischer Relaxation. Mit 5 Textabbildungen	380
SCHREINER, H., und F. WENDLER, Erwärmung elektrischer Kontakte im stationären Zustand. Mit 5 Textabbildungen	117
3.4. Elektrizitätsleitung in Gasen	
BOERSCH, H., HJ. HAMISCH und S. WIESNER, Über elektrische Mikroüberschläge im Vakuum. Mit 9 Textabbildungen	450
DAS, M. K., Die Entladung an der Spitze-Platte-Strecke in extrem reinen Edelgasen und deren Gemischen sowie mit Zusätzen elektronegativer Gase. Mit 11 Textabbildungen	410
EBERHARDT, N., Mögliche Energiequellen der Ionenschwingungen im Hoch- und Ultrahochvakuum. Mit 3 Textabbildungen	560
FRIE, W., Über den Wechselstromwiderstand eines elektrischen Bogens. Mit 2 Textabbildungen	99
KLUGE, W., und A. SCHULZ, Die Abweichungen vom lichtelektrischen Proportionalitätsgesetz bei gasgefüllten Photozellen im Vorstrom- und im anomalen Glimmgebiet. Mit 13 Textabbildungen	64
MEYER, W. E., Zur Einleitung des elektrischen Überschlags im Vakuum	51
PFENDER, E., und W. BLOSS, Zur Möglichkeit der stetigen Steuerung von Elektronenströmen in verdünnten Gasräumen. Mit 17 Textabbildungen	341
SCHIRMER, H., Zur Theorie der Bremsstrahlung in Wasserstoffplasma unter Berücksichtigung des Gaunt-Faktors. Mit 2 Textabbildungen	56
SCHRÖDER, G.-A., Messungen der statischen Durchbruchfeldstärke in Raumluft in einem homogenen Feld bei Abständen von 2 bis 9 cm. Mit 5 Textabbildungen	296
SCHRÖDER, G.-A., Über den Entladungsmechanismus in Raumluft in einem homogenen Feld bei Elektrodenabständen von 2,5 bis 9 cm. Mit 16 Textabbildungen	367
SCHUMANN, W. O., Über die Bewegungen von Ladungsträgern in Gasen bei gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern. Mit 5 Textabbildungen	353
WASSERRAB, TH., Die Zündspannung von Quecksilberdampf-Entladungsgefäßen. Mit 10 Textabbildungen	194
3.5. Elektromagnetische Wellen	
AMRHAIN, E.-M., und A. DIETZEL, Versuche zur Beugung von Mikrowellen an Flächengittern. Mit 5 Textabbildungen	245
BIENER, G., Über die Ausbreitung langsamer elektromagnetischer Wellen in einem Plasmakabel. Mit 11 Textabbildungen	457
HELBERG, H.-W., Die Absorption elektromagnetischer Wellen in einem großen Frequenzbereich durch eine dünne homogene Schicht mit Verlusten. Mit 5 Textabbildungen	237
KÖNIG, H. L., E. HAINE und CH. ANTONIADIS, Messung von „atmospheric“ geringster Frequenzen in Bonn. Mit 3 Textabbildungen	364
KÖNIG, H. L., und E. HAINE, Registrierung besonders niederfrequenter elektrischer Signale während der Sonnenfinsternis am 15. Februar 1961. Mit 1 Textabbildung	478

MIEG, P., Über die Wellenausbreitung in einem Plasmakabel, unter Berücksichtigung des Einflusses der Translationsgeschwindigkeit des Plasmas und des Radienverhältnisses von Außenleiter zu Innenleiter. Mit 7 Textabbildungen	356
NEUMANN, E.-G., Ausbreitung von elektromagnetischen Zentimeterwellen in einem absorbierenden Parallel-drahtmedium. Mit 10 Textabbildungen	509
RIEDEL, H., Über die Ausbreitung langsamer elektrischer Wellen bei aufgeprägtem longitudinalen Magnetfeld in einem Plasma-Kabel, das einem Plasma-Hohlleiter möglichst angenähert ist. Mit 6 Textabbildungen	360
SEGER, G., Über den Einfluß positiver Ionen auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in magnetisierten Plasmen. Mit 8 Textabbildungen	551
SEVERIN, H., und K. KÖRPER, Beugung elektromagnetischer Wellen an rechteckigen Öffnungen in ebenen Metallschirmen. Mit 14 Textabbildungen	41
THELEN, J., Über das „Backward-Wave-Band“ in metallischen Hohlleitern, der mit längsmagnetisiertem Plasma gefüllt ist. Mit 9 Textabbildungen	268

4. Optik

4.1. Reflexion

BOERSCH, H., M. LAMBECK, u. H. WENZEL, Entspiegelung metallischer Spiegel. Mit 7 Textabbildungen	548
------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

4.2. Photographie, Lumineszenz

BRAND, H., und F. DÖRR, Eine Anordnung zur Messung von Lumineszenzspektren eingefrorener Lösungen. Mit 4 Textabbildungen	390
WEYERER, H., Zur Frage der ungleichmäßigen Filmschrumpfung. Mit 1 Textabbildung	115

4.3. Röntgenstrahlen

BOOZ, J., und H. G. EBERT, Messung des mittleren Energieaufwandes W für Röntgenstrahlen von 100 bis 300 kV zur Bildung eines Ionenpaares in Wasserdampf, N_2 , O_2 , CO_2 und Ar relativ zu Luft. Mit 9 Textabbildungen	376
FUCHS, E., und P. MECKE, Intensitätsbeeinflussung im Röntgenfluoreszenz-Analysen-Diagramm durch Bragg'sche Reflexionen. Mit 7 Textabbildungen	111
HAASE, G., und E. KORINTH, Hochtemperaturkammer für Röntgen-Feinstrukturuntersuchungen mit Zählrohren- und -goniometern. Mit 3 Textabbildungen	388
MACHERAUCH, E., und P. MÜLLER, Das $\sin^2\psi$ -Verfahren der röntgenographischen Spannungsmessung. Mit 6 Textabbildungen	305
REISS, K.-H., Zur Wirkungsweise der Röntgen-Laufraster. Mit 5 Textabbildungen	289
SCHMIDT, G. K., Zur röntgenographischen Ermittlung reflexverschiebender und verbreiternder Gitterverzerrungen unter Verwendung von Fourierreihen-Darstellungen. Mit 6 Textabbildungen	90
WEYL, R., Zur störungsfreien Messung von Zusammensetzung und Schichtdicke kleiner Bereiche in dünnen Schichten mit Hilfe der Röntgenfluoreszenz. Mit 6 Textabbildungen	283

4.4. Korpuskuleroptik

DRECHSLER, M., Feldemissionsmikroskopie bei geringen Stromdichten mit Superorthikon-Bildverstärkern. Mit 8 Textabbildungen	445
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

KIRCHNER, F., Über die Verwendung von Geigerzählern zur Erzielung hoher Empfindlichkeit und schneller Anzeige bei massenspektroskopischen Untersuchungen. Mit 1 Textabbildung	53
MÖLLENSTEDT, G., und R. SPEIDEL, Ein ionenoptisches Verfahren zur Vervielfältigung von Netzen und Lochblenden. Mit 4 Textabbildungen	231
REIMER, L., Messung der Abhängigkeit des elektronenmikroskopischen Bildkontrastes von Ordnungszahl, Strahlspannung und Aperturblende. Mit 5 Textabbildungen	432
YAMAGUCHI, S., Zur Temperaturerhöhung des Objektes bei Elektronenbeugung. Mit 3 Textabbildungen	235

5. Struktur der Materie

ASSELMAYER, F., und H. WALTER, Streulichtmessungen an bearbeiteten (110)-Steinsalzoberflächen. Mit 15 Textabbildungen	330
FETZ, H., A. DIENER und E. MEYER, Elektronenbefreiung durch energiearme Ionen an gasbedeckten Metalloberflächen. Mit 5 Textabbildungen	292
GREGER, G., Zur Herstellung von Siliziumeinkristallen nach dem Czochralsky-Verfahren. Mit 11 Textabbildungen	47
SPIELMANN, W., und G. ZIEGLER, Dendritenwachstum bei Diamantgittern. Mit 8 Textabbildungen	416
WAGNER, R., Orientierungsüberstruktur in Fe-Ni-Ferriteinkristallen. Mit 4 Textabbildungen	187

6. Nukleonik

BIERSACK, J., Strahlungsverluste im FFAG-Beschleuniger	223
EBERT, H. G., Über Messungen von Dosis-build-up-Faktoren für Strahlenschutz zwecke. Mit 7 Textabbildungen	95
GONSIOR, B., Eine Thermomodifikationsanlage für Tritium zur Verarbeitung geringer Tritiumkonzentrationen. Mit 3 Textabbildungen	545
HARIGEL, G., L. LÜERS, H.-M. MAYER, M. SCHEER und K. SCHULTZE, Typische Blasenbilder mit relativistischen Elektronen für Energien unter 30 MeV. Mit 9 Textabbildungen	217
LUCK, G., Der Einfluß der Targetdicke auf die spektrale Verteilung der Bremsstrahlung einer Elektronenschleuder. Mit 5 Textabbildungen	105
MARTH, W., Veränderungen an korpuskularbestrahlten Kupfer- und Boroberflächen. Mit 12 Textabbildungen	224

7. Verschiedenes

NASSENSTEIN, H., Über ein neues Verfahren zur elektrischen Fremdlichtsteuerung. Mit 15 Textabbildungen	517
SIEDLER, G., Untersuchungen über die Bedeutung bestimmter Tonfrequenzbänder für die Verständlichkeit synthetischer Sprache und über Änderungen der Sprachverständlichkeit bei Kanalvertauschungen. Mit 10 Textabbildungen	275

8. Persönliches

WAIDELICH, W., John Eggert 70 Jahre. Mit 1 Textabbildung	444
--------------------------------------------------------------------	-----

Autorenverzeichnis

(A) bedeutet Originalarbeit. (Ber) zusammenfassender Bericht. (Pers) Persönliches

Amrhein, E.-M.	245 (A)	Hahn, A.	167 (A)	Neumann, E.-G.	509 (A)
Andrä, W.	141 (A)	Haine, E.	364 (A)	Niemeck, F.	261 (A)
Andrés de, M. P.	121 (A)	Haine, E.	478 (A)	Passon, B.	122 (A)
Antoniadis, Chr.	364 (A)	Hamisch, H.	450 (A)	Pfender, E.	341 (A)
Asselmeyer, F.	330 (A)	Harigel, G.	217 (A)	Pfeifer, F.	177 (A)
Asselmeyer, F.	430 (A)	Haupt, J.	348 (A)	Politycki, A.	465 (A)
Bailitis, E.	36 (A)	Helberg, H.-W.	237 (A)	Politycki, A.	541 (A)
Ballensiefen, G.	131 (A)	Hellenthal, W.	147 (A)	Rassmann, G.	169 (A)
Baran, W.	168 (A)	Henkel, O.	169 (A)	Rassmann, G.	172 (A)
Baum, E.	426 (A)	Hermann, P.-K.	136 (A)	Redhardt, A.	108 (A)
Becker, G.	59 (A)	Hieke, M.	125 (A)	Reimer, L.	143 (A)
Bhawalker, D. R.	102 (A)	Hillmann, H.	171 (A)	Reimer, L.	432 (A)
Biener, G.	457 (A)	Höhn, K.	430 (A)	Reiss, K.-H.	289 (A)
Bier, K.	493 (A)	Hoffmann, H.	149 (A)	Riedel, H.	360 (A)
Biersack, J.	223 (A)	Hofmeister, E.	16 (A)	Röss, E.	28 (A)
Bittel, H.	397 (A)	Hoselitz, K.	182 (A)	Röss, E.	31 (A)
Bloss, W.	341 (A)	Jansen, K.	168 (A)	Röss, E.	247 (A)
Boersch, H.	450 (A)	Jaumann, J.	1 (A)	Rudolph, H. D.	401 (A)
Boersch, H.	548 (A)	Jellinghaus, W.	121 (A)	Sabban, K.	420 (A)
Boeters, K.-E.	261 (A)	Kessler, F. R.	72 (A)	Scheer, M. M.	217 (A)
Booz, J.	376 (A)	Khanna, S. M.	102 (A)	Scheidhauer, K.	380 (A)
Brackmann, J.	313 (A)	Kirchner, F.	53 (A)	Schirmer, H.	56 (A)
Brand, H.	390 (A)	Kling, M.	211 (A)	Schmidt, B.	493 (A)
Breitefelder, E.	565 (A)	Klopfier, A.	480 (Ber)	Schmidt, G. K.	90 (A)
Breuer, W.	168 (A)	Kluge, W.	64 (A)	Schneider, R.	211 (A)
Buhl, R.	232 (A)	Knowles, J. E.	185 (A)	Schreiner, H.	117 (A)
Coester, E.	254 (A)	König, H. L.	364 (A)	Schröder, G.-A.	296 (A)
Das, M. K.	410 (A)	König, H. L.	478 (A)	Schröder, G.-A.	367 (A)
Deller, R.	180 (A)	Körper, K.	41 (A)	Schultze, K.	11 (A)
Diener, A.	292 (A)	Kohlhaas, R.	131 (A)	Schultze, K.	217 (A)
Dietzel, A.	245 (A)	Kornetzki, M.	28 (A)	Schulz, A.	64 (A)
Dörr, F.	390 (A)	Kornetzki, M.	31 (A)	Schumann, W. O.	353 (A)
Drechsler, M.	445 (A)	Korinth, E.	388 (A)	Schwink, Chr.	189 (A)
Ebhardt, R.	16 (A)	Kranz, J.	122 (A)	Schwink, Chr.	192 (A)
Eberhardt, N.	560 (A)	Krawinkel, G. H.	76 (A)	Seeger, G.	551 (A)
Ebert, H. G.	95 (A)	Krawinkel, G. H.	202 (A)	Segmüller, A.	154 (A)
Ebert, H. G.	376 (A)	Kroebel, W.	322 (A)	Severin, H.	41 (A)
Egidy, T. v.	475 (A)	Kruizinga, J. H.	81 (A)	Siedler, G.	275 (A)
Engelhard, E.	580 (Ber)	Kusterer, W.	313 (A)	Speidel, R.	231 (A)
Fahlenbach, H.	168 (A)	Lambeck, M.	548 (A)	Spielmann, W.	416 (A)
Fahlenbach, H.	168 (A)	Liebing, L.	201 (A)	Thelen, J.	261 (A)
Faninger, G.	386 (A)	Luck, G.	105 (A)	Tillmann, W.	468 (A)
Feldtkeller, E.	74 (A)	Lüers, D.	217 (A)	Trey, F.	386 (A)
Feldtkeller, E.	161 (A)	Macherauch, E.	305 (A)	Vanselow, K.	322 (A)
Fetz, H.	292 (A)	Mager, A.	171 (A)	Vieweg, R.	580 (Ber)
Franke, K.-H.	261 (A)	Maisenhändler, F.	211 (A)	Vogler, G.	185 (A)
Frie, W.	99 (A)	Mandl, G.	81 (A)	Voigt, F.	538 (A)
Fritsche, Ch.	576 (A)	Marnet, Chr.	1 (A)	Wagner, H.	174 (A)
Fuchs, E.	111 (A)	Marth, W.	224 (A)	Wagner, R.	187 (A)
Fuchs, E.	157 (A)	Max, E.	125 (A)	Waidelich, W.	444 (Pers)
Fuchs, E.	541 (A)	Mayer, H.-M.	217 (A)	Walter, H.	330 (A)
Gengnagl, H.	174 (A)	Mecke, P.	111 (A)	Wasserrab, Th.	194 (A)
Gengnagl, H.	527 (A)	Metzdorf, W.	313 (A)	Wendler, F.	117 (A)
Gengnagl, H.	569 (A)	Meyer, E.	292 (A)	Wenzel, H.	548 (A)
Gerthsen, P.	435 (Ber)	Meyer, W. E.	51 (A)	Weyerer, H.	115 (A)
Girke, H.	251 (A)	Middelhoek, S.	151 (A)	Weyl, R.	283 (A)
Gobrecht, H.	261 (A)	Mieg, P.	356 (A)	Wich, H.	172 (A)
Goetz, H.	565 (A)	Möllenstedt, G.	231 (A)	Wieser, S.	450 (A)
Gonsior, B.	545 (A)	Moser, E.	31 (A)	Wolf, P.	154 (A)
Graf, P.	534 (A)	Moser, E.	247 (A)	Yamaguchi, S.	235 (A)
Greger, G.	47 (A)	Müller, H. G.	125 (A)	Zehler, V.	139 (A)
Greiner, Chr.	134 (A)	Müller, P.	305 (A)	Zetzmann, H.-J.	76 (A)
Groschwitz, E.	16 (A)	Müller-Warmuth, W.	348 (A)	Ziegler, G.	416 (A)
Günther, K. G.	501 (A)	Murrmann, H.	189 (A)	Zott, H.	430 (A)
Haase, G.	388 (A)	Murrmann, H.	192 (A)		
Hahn, A.	165 (A)	Nassenstein, E.-G.	517 (A)		

Verzeichnis der Buchbesprechungen

(Die Namen der Rezensenten sind in Klammern gesetzt)

- ARLEY, N., u. H. SKOV: Atomkraft. Eine Einführung in die Probleme des Atomzeitalters. (*Maier-Leibnitz.*) S. 492
- ATKIN, R. H.: Classical Dynamics. (*Stefaniak.*) S. 352
- Atlas of γ -Ray Spectra from Radiative Capture of Thermal Neutrons. Bd. I. International Series of Monographs on Nuclear Energy. (*Sizmann.*) S. 260
- BLASCHKE, W., u. H. REICHARDT: Einführung in die Differentialgeometrie. (*Albrecht.*) S. 303
- BUBE, R. H.: Photoconductivity of Solids. (*Waidehch.*) S. 492
- CESARI, L.: Asymptotic Behavior and Stability Problems in Ordinary Differential Equations. (*Albrecht.*) S. 492
- COLLATZ, L.: The Numerical Treatment of Differential Equations. (*Albrecht.*) S. 260
- CROW, E. L., F. A. DAVIS, u. M. W. MAXFIELD: Statistics Manual. (*Albrecht.*) S. 544
- DOETSCH, G.: Einführung in Theorie und Anwendung der Laplace-Transformationen. (*Fick.*) S. 215
- DUQUESNE, M., R. GRÉGOIRE, et M. LEFORT: Travaux pratiques de physique nucléaire et de radiochimie détection des rayonnements et méthodes d'étude de la structure nucléaire. (*Maier-Leibnitz.*) S. 395
- EISENHARDT, L. P.: Coordinate Geometry. (*Albrecht.*) S. 395
- ERNST, D.: Elektronische Analogrechner, Wirkungsweise und Anwendung. (*Heinhold.*) S. 216
- FRANKLIN, P.: Differential Equations for Engineers. (*Albrecht.*) S. 352
- GREENHILL, A. G.: The Applications of Elliptic Functions. (*Albrecht.*) S. 596
- HAAG, J. v., u. R. CHALÉAT: Problèmes de Théorie Générale des Oscillations et de Chronométrie. (*Glaser.*) S. 215
- Handbuch der Physik. Herausgegeben von S. FLÜGGE. Bd. 44: Instrumentelle Hilfsmittel der Kernphysik I. (*Maier-Leibnitz.*) S. 304
- JAEGER, R. G.: Dosimetrie und Strahlenschutz. (*Maier-Leibnitz.*) S. 260
- KAPPOS, D.: Strukturtheorie der Wahrscheinlichkeitsfelder und -Räume. (*Gaede.*) S. 395
- KÜNZI, H. P.: Quasikonforme Abbildungen. (*Albrecht.*) S. 303
- LANDOLT-BÖRNSTEIN, Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie und Technik. Teil 3: Elektrotechnik, Lichttechnik, Röntgentechnik. (*Waidehch.*) S. 304
- NEISS, F.: Determinanten und Matrizen. (*Gaede.*) S. 352
- Nuclear Spectroscopy. Herausgegeben von F. AJZENBERG-SELOVE. (*Maier-Leibnitz.*) S. 304
- PFEIFER, H.: Elektronisches Rauschen. Teil I. (*Bittel.*) S. 259
- Physikalische Meßmethoden. Bd. III des Handbuches der technischen Betriebskontrolle. Herausgegeben von J. KRÖNERT. (*Sizmann.*) S. 260
- Plasma Physics and the Problem of Controlled Thermonuclear Reactions. Vol. I, II, III, IV. (*Fünfer.*) S. 96
- Proceedings of the second United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy. Vol. 14: Nuclear Physics and Instrumentation. (*Koester.*) S. 215. Vol. 21: Health and Safety. (*Koester.*) S. 215
- SCHÜTTE, K.: Beweistheorie. (*Lenze.*) S. 104
- SLATER, J. C.: Quantum Theory of Atomic Structure. Vol. I. (*Hettner.*) S. 396
- TJETJENS, O.: Strömungslehre. Bd. I. (*Truckenbrodt.*) S. 216
- VAN DER WAERDEN, B. L.: Algebra. (*Stetter.*) S. 304
- Vierter Internationaler Kongreß für Elektronenmikroskopie. Herausgegeben von W. BARGMANN. (*Rolwagen.*) S. 216
- WOLKENSTEIN, M. W.: Struktur und physikalische Eigenschaften der Moleküle. (*Peterlin.*) S. 596

